# Des modèles pour l'action et l'écoulement des fluides

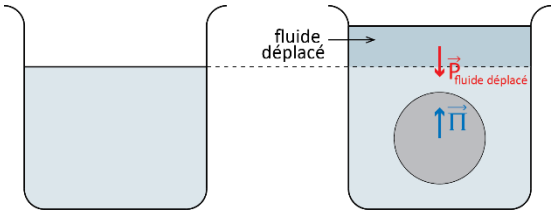
**Rappel : notion de fluide**
On désigne par « fluide » tout état de la matière n'ayant pas de forme propre. Un fluide s'écoule.
Les états liquide et gazeux sont des états fluides. L'état solide n'en est pas un.

## A- La poussée d'Archimède

### A1. Expression

Tout fluide exerce sur un objet immergé une force **verticale, vers haut, égale au poids du fluide déplacé** par la présence de l'objet.
La valeur de cette poussée s'exprime donc par la relation :

$$\begin{aligned}\Pi &= P_{\text{fluide}} \\ &= m_{\text{fluide}} g \\ &= \rho_{\text{fluide}} V g\end{aligned}$$

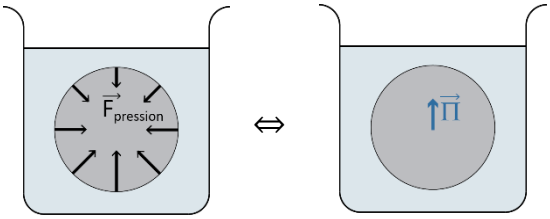



L'expression vectorielle de la poussée d'Archimède est : $\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} V \vec{g}$

- $\rho_{\text{fluide}}$ : masse volumique du fluide en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;
- $V$ : volume immergé de l'objet sur lequel s'exerce la poussée en $\text{m}^3$ ;
- $\vec{g}$ : champ de pesanteur terrestre ($9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ sur Terre au niveau de la mer).

### A2. Origine de la poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est la « résultante » : c'est la force équivalente à la somme de toutes les forces de pressions exercées par le fluide sur l'objet immergé. Or la pression, dans un fluide, est toujours plus faible à haute altitude qu'à basse altitude. La résultante est donc dirigée vers le haut.

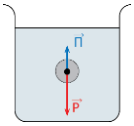



### A3. Application à la flottaison des objets

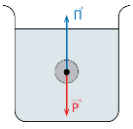
Considérons un solide totalement immergé dans un liquide. Il est soumis à deux forces :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas, de valeur : $P = mg = \rho_{\text{solide}} V g$
- la poussée d'Archimède exercée par le fluide, verticale, vers le haut et de valeur : $\Pi = \rho_{\text{fluide}} V g$

- **Si le solide est plus dense que le fluide** :
  $\rho_{\text{solide}} > \rho_{\text{fluide}}$ donc $P > \Pi$ : le solide coule.




- **Si le solide est moins dense que le fluide :**
  $\rho_{\text{fluide}} > \rho_{\text{solide}}$ donc $P < \Pi$ : le solide remonte à la surface, le volume immergé diminue jusqu'à atteindre l'équilibre $\Pi = P$ : le solide flotte.




## B- Fluide incompressible en écoulement : relation de Bernoulli

Dans tout ce paragraphe on considère un fluide incompressible (donc un liquide) en écoulement dans un conduit.

### B1. Débit volumique

Le débit volumique est le volume de fluide qui traverse une section $S$ du conduit par unité de temps.

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

$V$ : volume de fluide en $\text{m}^3$ ; $\Delta t$ : durée en s ; $Q$ : débit volumique en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

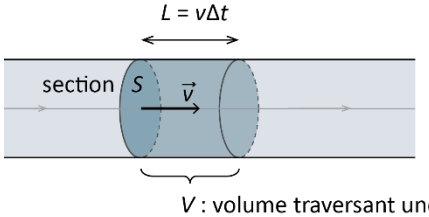
### B2. Relation entre débit volumique et vitesse d'écoulement

On considère le fluide s'écoulant pendant $\Delta t$ à la vitesse $v$ :
La distance qu'il parcourt pendant $\Delta t$ vaut $L = v\Delta t$
Le volume ayant traversé la section $S$ pendant $\Delta t$ vaut donc :

$$V = S \times L = S \times v \times \Delta t$$

Le débit volumique s'exprime donc en fonction de la vitesse du fluide et de la section du conduit par :

$$Q = v \times S$$




$V$ : volume traversant une section du conduit pendant $\Delta t$

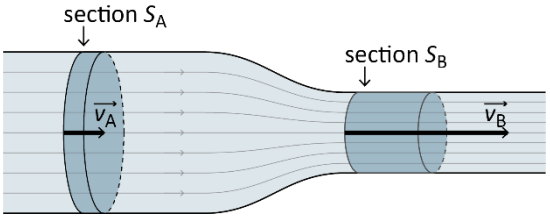
### B3. Conservation du débit volumique

Si le conduit change de section, le fluide étudié étant incompressible, **son débit volumique est constant**. On a donc, à deux positions A et B du conduit :

$$Q_A = Q_B$$
$$v_A S_A = v_B S_B$$
$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{S_A}{S_B}$$

Donc :

- si le conduit s'élargit, $S_B > S_A$ donc $v_B < v_A$ : le fluide va moins vite.
- si le conduit se rétrécit (figure ci-dessous), $S_B < S_A$ donc $v_B > v_A$ : le fluide va plus vite.




### B4. La relation de Bernoulli

Énoncé de la loi de Bernoulli

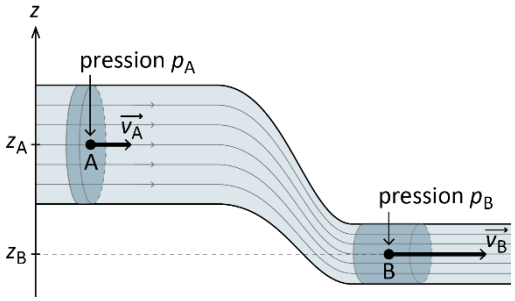
Si un fluide s'écoule dans un conduit où la pression $p$ et/ou l'altitude $z$ varie(nt), alors on a :

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{constante}$$

Cette relation est juste une application du théorème de l'énergie cinétique à une portion de fluide : les forces de pression sont non conservatives et l'énergie mécanique ne se conserve donc pas.

On a ici :

$$\frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B = \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A$$




Cas du fluide au repos : la statique des fluides
Si le fluide est au repos (il ne s'écoule pas), alors :

$$v_A = v_B = 0$$

Donc la relation de Bernoulli devient :

$$\rho g z_B + p_B = \rho g z_A + p_A$$
$$p_B - p_A = -\rho g (z_B - z_A)$$

On retrouve la loi de statique des fluides apprise en 1ère : la pression est plus élevée en $B$ qu'en $A$.

### B5. Application de la relation de Bernoulli : l'effet Venturi

Lorsqu'un fluide incompressible s'écoule dans un conduit horizontal dont la section diminue : sa vitesse augmente et sa pression diminue.

La conservation du débit volumique entraîne une augmentation de la vitesse du fluide si la section diminue (cf ci-dessus) : $v_B > v_A$.
Or à une altitude constante, la relation de Bernoulli donne $\frac{1}{2}\rho v_A^2 + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + p_B$

On en déduit : $p_B - p_A = \frac{1}{2}\rho\left(\underbrace{v_A^2 - v_B^2}_{<0}\right)$

