"La connaissance progresse en intégrant en elle l'incertitude, non en l'exorcisant."

Edgar Morin

Mesures et incertitudes…
Enjeux et mise en œuvre

Tristan Rondepierre, lycée René Descartes

tristan.rondepierre@ac-lyon.fr

Jacques Vince, lycée Ampère, IFÉ

jacques.vince@ac-lyon.fr

Les présentations

http://pegase.ens-lyon.fr

https://eduscol.education.fr/spcl

Les incertitudes et moi

Un mot que j'associe aux incertitudes

Une difficulté d'élèves identifiée

Un avantage à enseigner un tel sujet

Ce qui était annoncé au PAF

Objectif

Proposer des outils à la fois théoriques et concrets pour **enseigner** et **donner du sens** aux incertitudes ; justifier leur estimation sur les trois années du lycée.

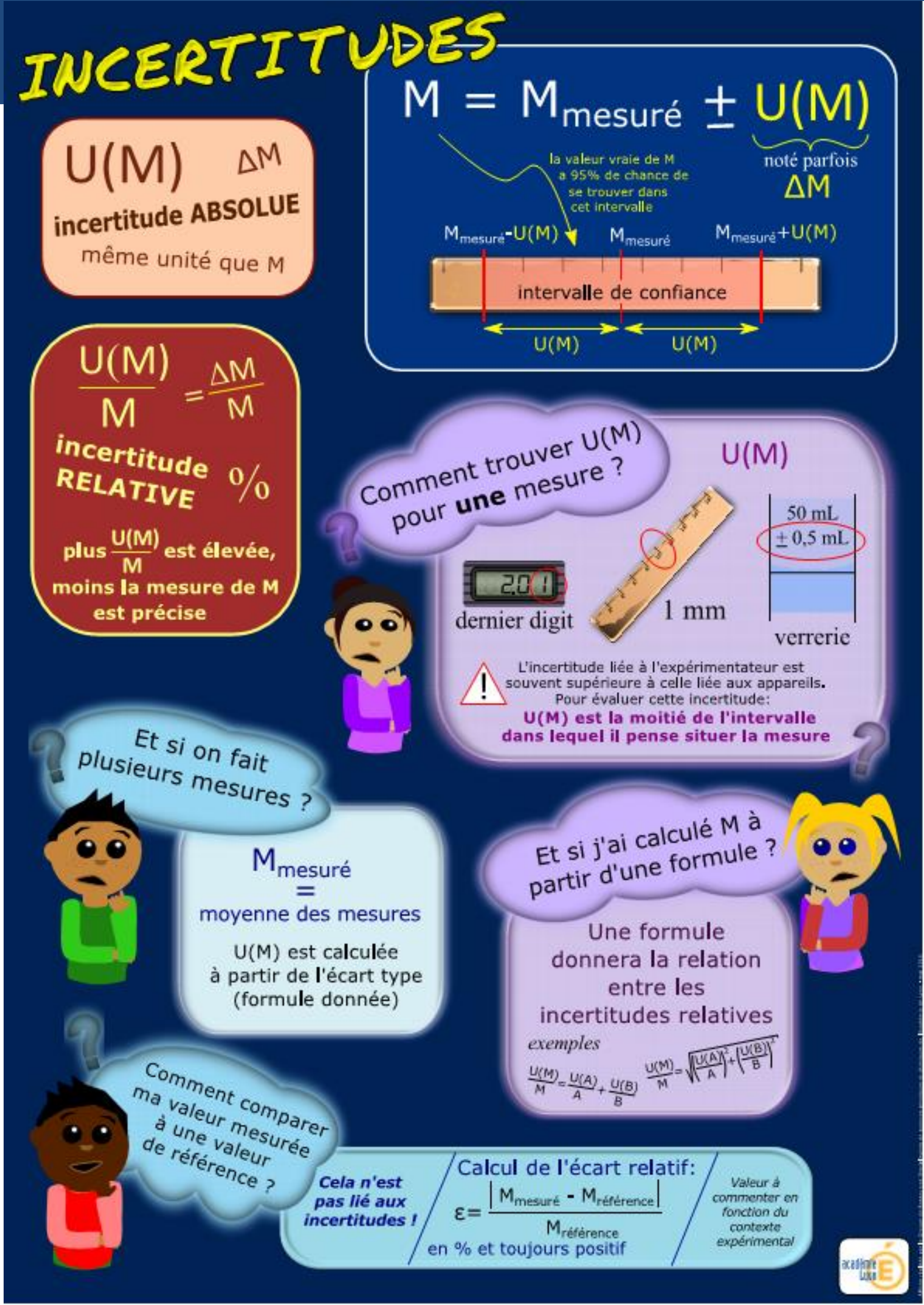
Comprendre quelques aspects théoriques pour **en faire un outil et non une finalité**.

Contenu

Les incertitudes dans les programmes : logique sur les trois années, atouts, vocabulaires, techniques d'estimation des incertitudes.
Finalités et exemples de situations justifiant l'usage des incertitudes

En guise de préambule

- Ce qui était discutable
- Ce qu'il va falloir changer
- Ce qu'on va pouvoir garder
- …



En guise de préambule…

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Compétences	Quelques exemples de capacités associées
S'approprier	- Énoncer une problématique. - Rechercher et organiser l'information en lien avec la problématique étudiée. - Représenter la situation par un schéma.
Analyser/ Raisonner	- Formuler des hypothèses. - Proposer une stratégie de résolution. - Planifier des tâches. - Évaluer des ordres de grandeur. - Choisir un modèle ou des lois pertinentes. - Choisir, élaborer, justifier un protocole. - Faire des prévisions à l'aide d'un modèle. - Procéder à des analogies.
Réaliser	- Mettre en œuvre les étapes d'une démarche. - Utiliser un modèle. - Effectuer des procédures courantes (calculs, représentations, collectes de données etc.). - Mettre en œuvre un protocole expérimental en respectant les règles de sécurité.
Valider	- Faire preuve d'esprit critique, procéder à des tests de vraisemblance. - Identifier des sources d'erreur, estimer une incertitude, comparer à une valeur de référence. - Confronter un modèle à des résultats expérimentaux - Proposer d'éventuelles améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	À l'écrit comme à l'oral : - Présenter une démarche de manière argumentée, synthétique et cohérente ; utiliser un vocabulaire adapté et choisir des modes de représentation appropriés ; - Échanger entre pairs.

mais valider **QUOI** ???

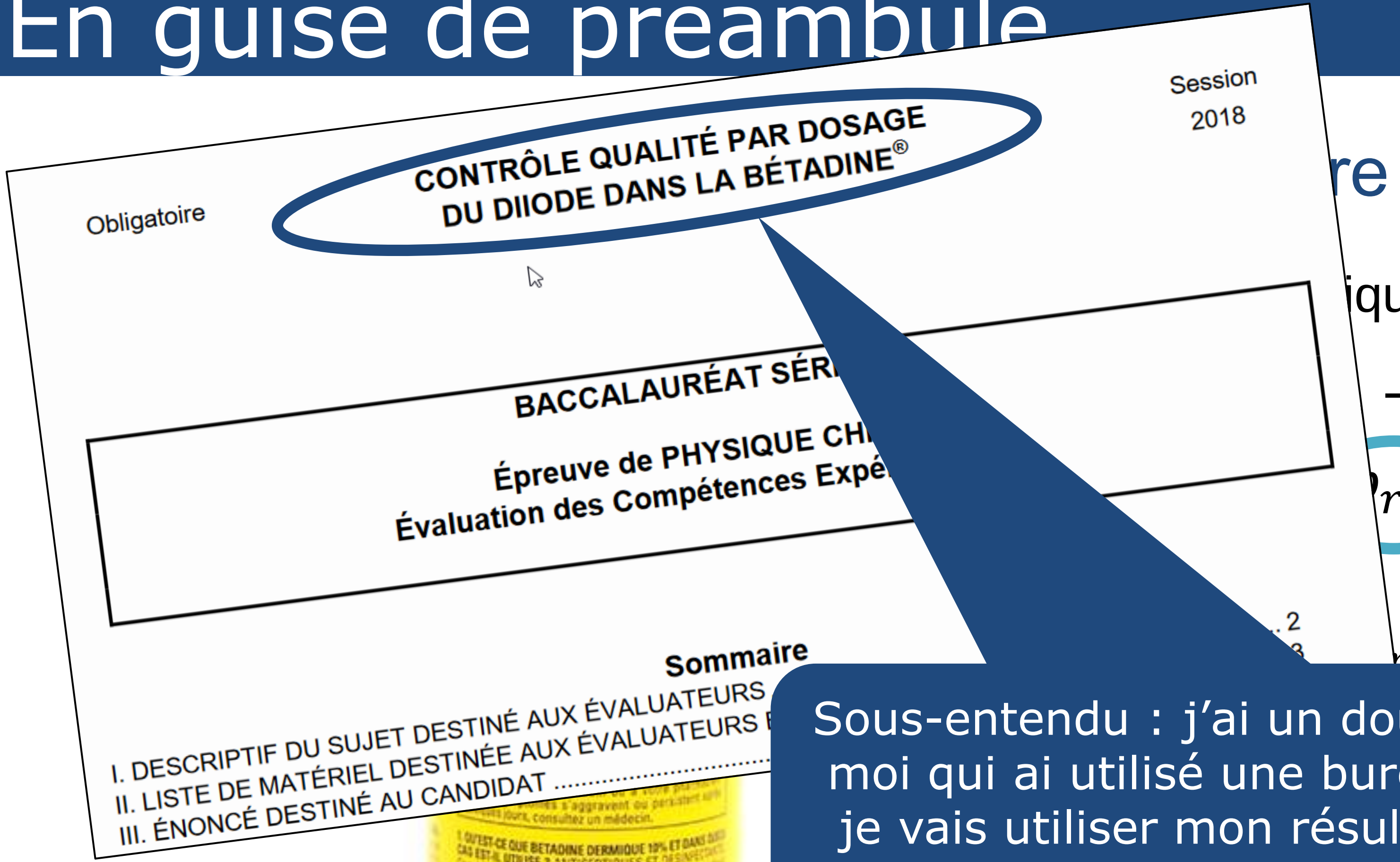
En guise de préambule…

Partons d’un exemple : mesure d’une concentration en diiode

Tous calculs faits, un élève trouve : $p_{exp} = 10{,}6\ \%$

et alors ??

En guise de préambule


Obligatoire

CONTRÔLE QUALITÉ PAR DOSAGE DU DIIODE DANS LA BÉTADINE®

Session 2018

BACCALAURÉAT SÉR

Épreuve de PHYSIQUE CH

Évaluation des Compétences Expé

Sommaire

I. DESCRIPTIF DU SUJET DESTINÉ AUX ÉVALUATEURS ... 2

II. LISTE DE MATÉRIEL DESTINÉE AUX ÉVALUATEURS ...

III. ÉNONCÉ DESTINÉ AU CANDIDAT ...

re d'une concentration en diiode

ique : **le calcul d'écart relatif**

$$- p_{ref}$$

$$p_{ref}$$

?

$_{ref}$ » se cache la question **du sens**

Sous-entendu : j'ai un doute sur la valeur affichée et moi qui ai utilisé une burette trois fois dans ma vie, je vais utiliser mon résultat comme référence pour critiquer celle qui est affichée par le laboratoire…

e l'étiquette ?

tiquette pour

Bref : **on cherche à valider QUOI ?**

En guise de préambule…

Autre exemple : mesure de la vitesse du son

Valeur entachée d'erreurs de mesures

Relation obtenue en supposant :
- que l'air est le gaz parfait ;
- qu'il n'est constitué que de O_2 et N_2
- qu'il est homogène ;
- que la propagation est adiabatique ;
- … et réversible ;
- dans un milieu infini ;
- Etc.

Les élèves disposent :
- de la valeur qu'ils ont **mesurée** : v_{exp}
- d'une valeur **calculée** à l'aide de la relation :

$$v_{calc} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}} \approx 331{,}5 + 0{,}607\ \theta = 340\ \mathrm{m/s}$$

Les élèves sont tentés (et nous aussi) d'appeler cela la « valeur théorique »… *mais c'est discutable…*

On n'a aucun moyen de sav… …gne de constituer « la référence »

Un danger : insinuer que ce q… …que ce qui vient de la mesure.

En guise de préambule…

Quelques raisons de bannir l'écart relatif

- On ne sait pas quoi choisir comme « valeur de référence ».
  - Le choix systématique de la valeur attendue comme « référence » est une erreur (cf tout ce qui relève du contrôle qualité : c'est la mesure qui valide ou non un cahier des charges, pas l'inverse).
  - Le choix d'une valeur calculée assoit chez nos élèves l'idée fausse selon laquelle ce qui provient « d'une formule », souvent appelé à tort « valeur théorique » est forcément plus crédible que ce qui vient de la mesure.
- Et surtout : on obtient une valeur dont on ne sait absolument pas quoi faire !
  - Exemple : un écart relatif de 9%, est-ce bon au mauvais ? Et si l'on considère que c'est mauvais… qu'est-ce qui est mauvais : la mesure ou la valeur « de référence » ?

En guise de préambule…

Pourquoi évaluer les incertitudes ?

- Parce que c'est dans les programmes ?
- Parce que c'est la mode ?
- Parce que les élèves doivent savoir le faire ?
- Parce qu'on ne peut pas connaitre la valeur d'une grandeur physique avec une précision infinie ?
- Parce que c'est inhérent à toute activité scientifique ?

Derrière les incertitudes, il y a la mesure et donc la modélisation…

En guise de préambule…

MONDE THÉORIQUE
Lois, relations, concepts…

MONDE MATÉRIEL
Objets / événements

Mesures et incertitudes au service de la modélisation

Démarche de modélisation

- Choisir un modèle adapté pour expliquer des faits
- Recourir à une simulation pour expérimenter sur un modèle
- Simplifier la situation initiale
- Établir des relations entre grandeurs
- Effectuer des prévisions et les confronter aux faits
- Choisir, concevoir et mettre en œuvre un dispositif expérimental pour tester une loi

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Extraits des préambules

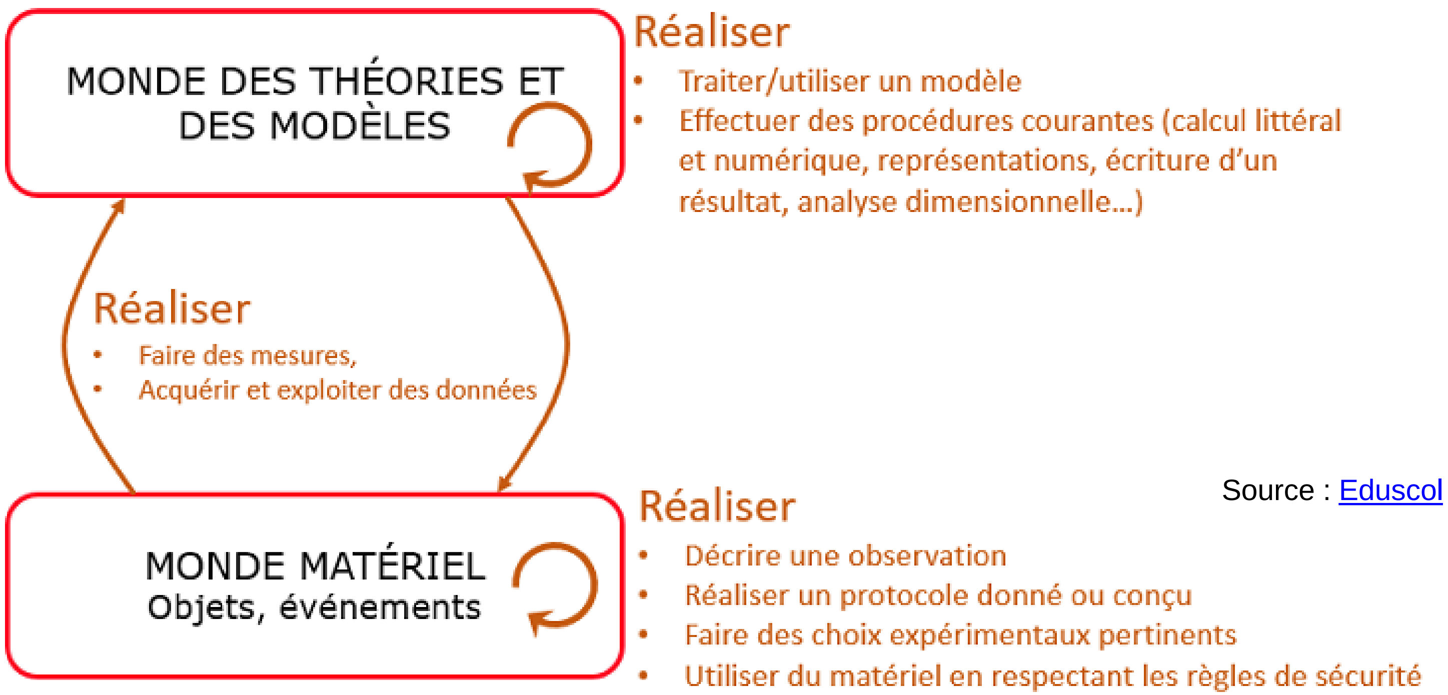
En guise de préambule…

Mesures et incertitudes au service de la modélisation

Les incertitudes viennent au secours de l’adéquation entre modèle et faits.

- Peut-on **vérifier** les lois de Descartes sans évoquer les incertitudes ?
- Peut-on **vérifier** une prévision quantitative sans incertitude ?
- Peut-on **induire**, **utiliser** ou **tester** $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ sans penser aux incertitudes ?

→ Les incertitudes ne sont pas un « luxe inutile » !



Source : Eduscol

LE BULLETIN OFFICIEL DE L’ÉDUCATION NATIONALE *Extraits des préambules*

Les programmes

En 2^{nde} :

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur.
Incertitude-type.	Expliquer qualitativement la signification d'une incertitude-type et l'évaluer par une approche statistique.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

Les programmes

En 1ère
(spécialité PC) :

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

Les programmes

En terminale (spécialité PC) :

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur ou d'un langage de programmation.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Incertitudes-types composées.	Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types associées sont connues. **Capacité numérique** : Simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer, le cas échéant, le résultat d'une mesure m_{mes} à une valeur de référence m_{ref} en utilisant le quotient $\frac{\lvert m_{mes}-m_{ref}\rvert}{u(m)}$ où $u(m)$ est l'incertitude-type associée au résultat.

En guise de préambule…

Pourquoi évaluer les incertitudes ?

Parce qu'on ne peut pas connaitre la valeur d'une grandeur physique avec une précision infinie.

Mesurer **c'est** comparer !

2 sources d'erreur :

- l'étalon
- la sensibilité de l'appareil

Figure 1 - Illustration du paradoxe du continuum de physique.

Caussarieu A. & Tiberghien A. (2017)

En guise de préambule…

Pourquoi évaluer les incertitudes ?

Mesurer **pour** comparer !

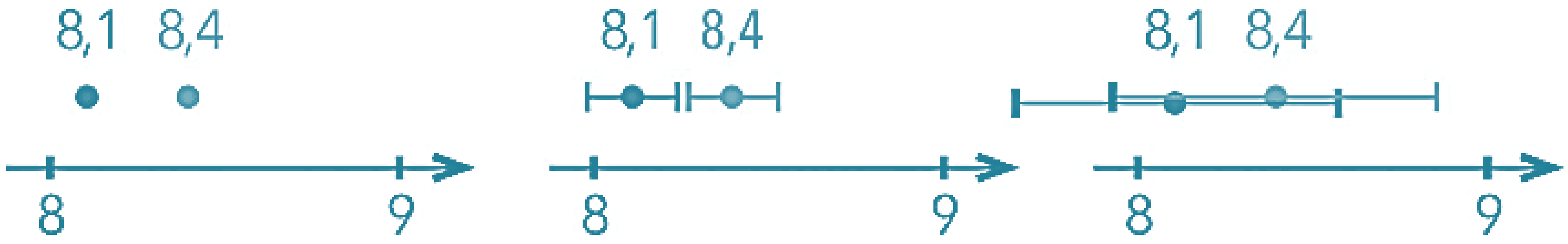


Figure 2 - Illustration de la nécessité de connaître l'incertitude associée à des valeurs de grandeur physique pour pouvoir conclure sur une comparaison.

Caussarieu A. & Tiberghien A. (2017)

Sommaire

- **En 2nde** : constater et étudier la dispersion des valeurs lors d'une mesure répétée
- **En 1ère** : évaluer une incertitude par une méthode de type A ou B
- **En terminale** : évaluer l'incertitude-type d'une valeur calculée à partir de valeurs mesurées et comparer une valeur mesurée à une valeur de référence

Sommaire

- **En 2nde** : constater et étudier la dispersion des valeurs lors d'une mesure répétée
- **En 1ère** : évaluer une incertitude par une méthode de type A ou B
- **En terminale** : évaluer l'incertitude-type d'une valeur calculée à partir de valeurs mesurées et comparer une valeur mesurée à une valeur de référence

Expériences sur la verrerie en chimie

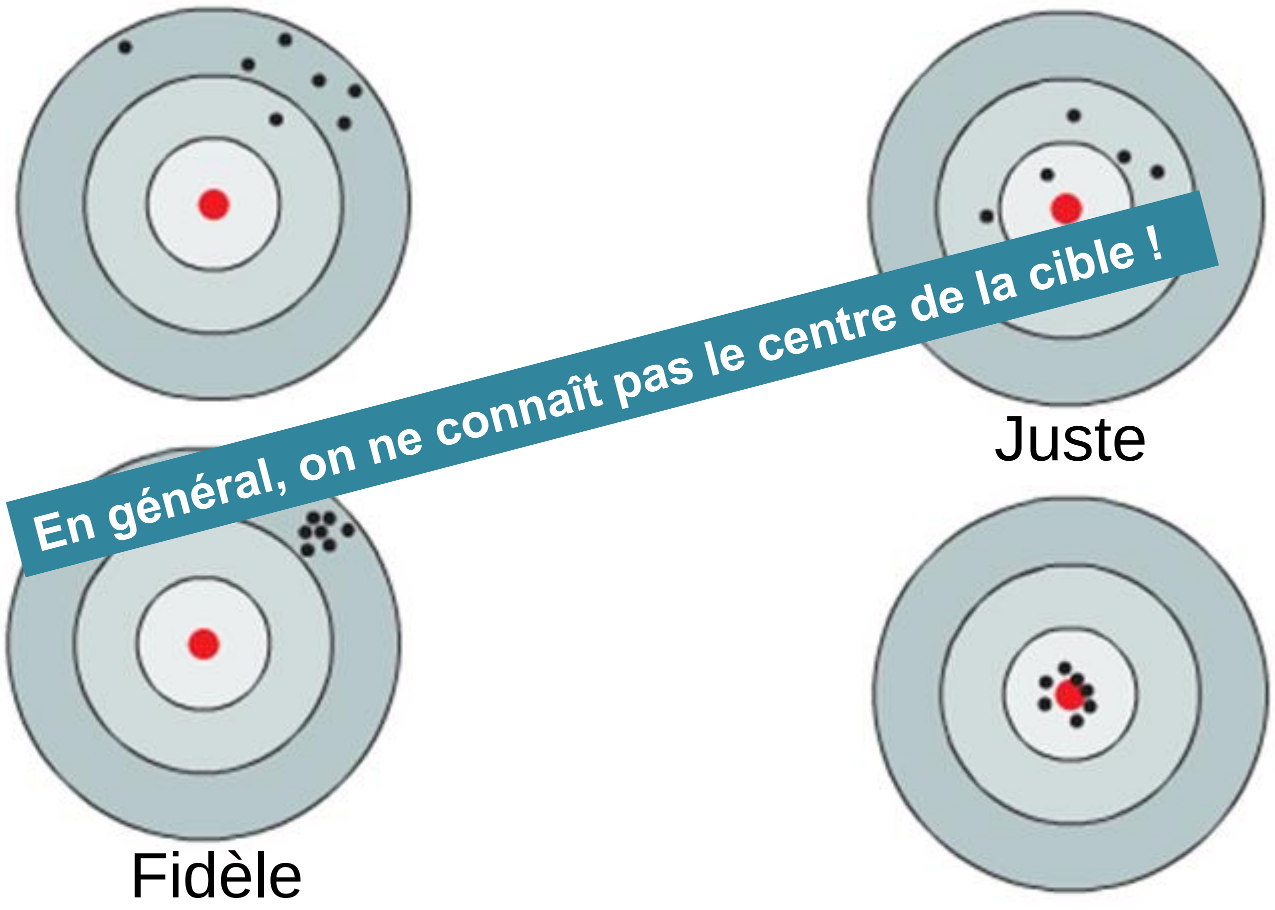
Une activité qui peut être traitée en 2nde :
Effectuer 5 prélèvements de 25 mL d'eau distillée et peser le prélèvement avec :

Saisir les valeurs obtenues dans une feuille de calcul.

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

Un peu de théorie

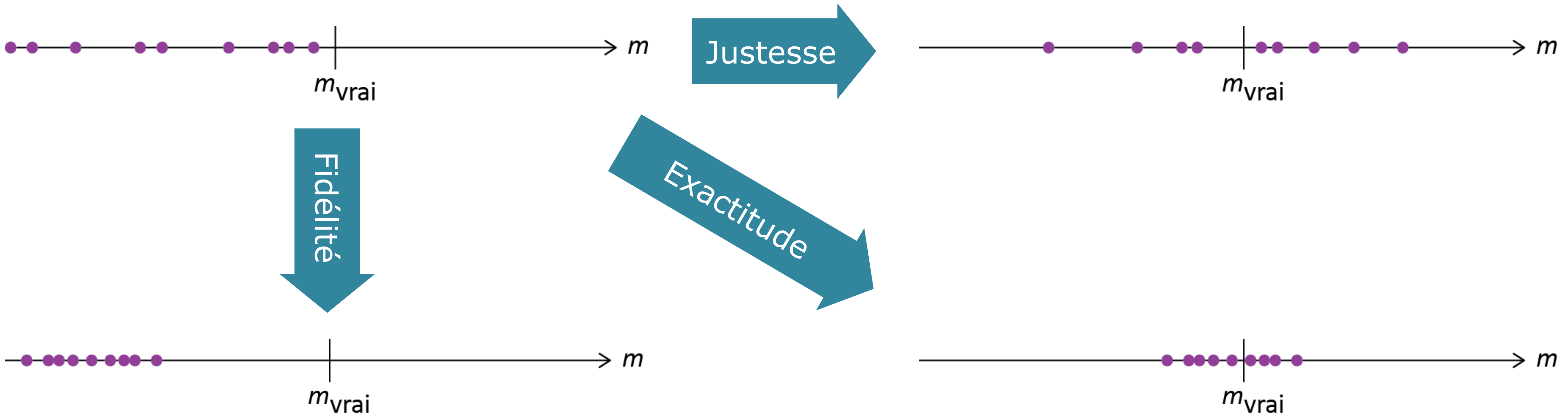
Fidèle ? Juste ?



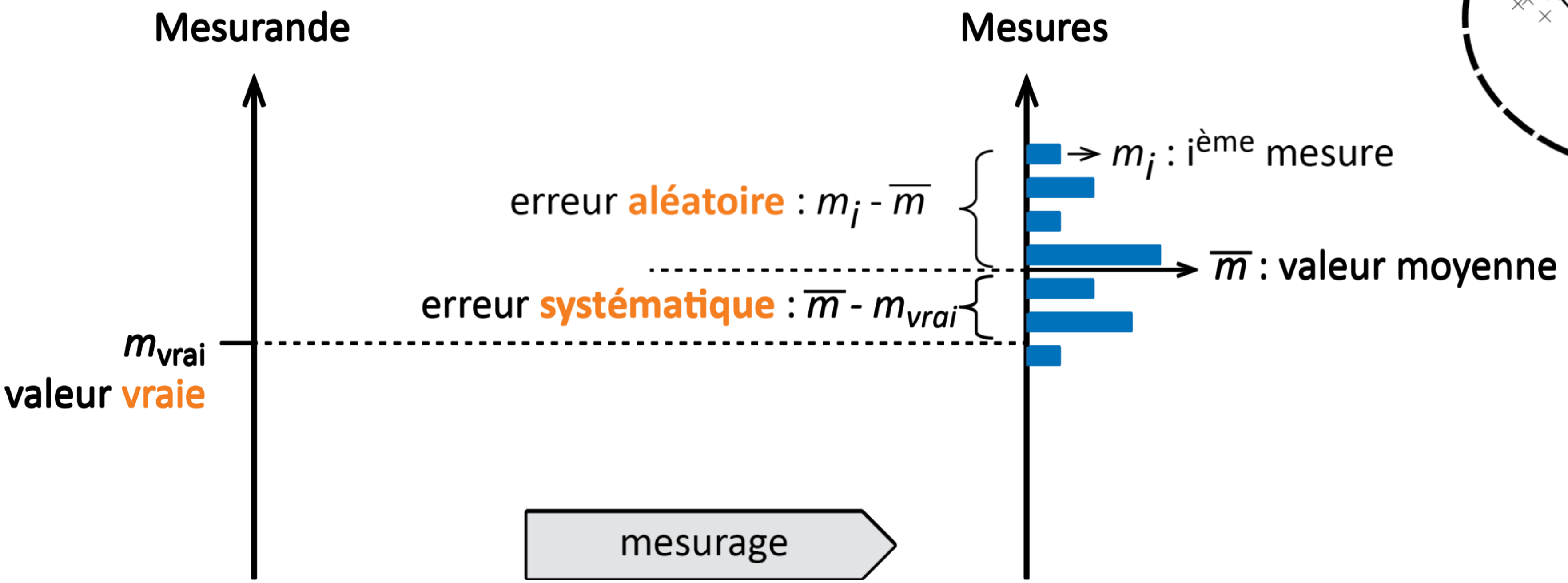
Exacte = Fidèle + Juste

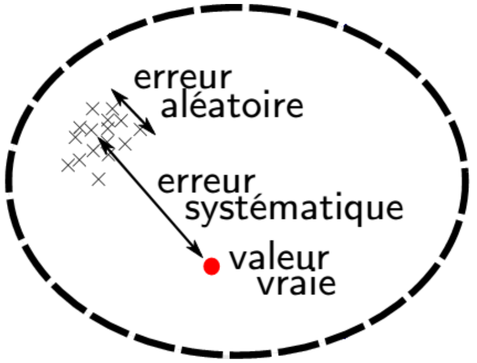
Un peu de théorie

Fidèle ? Juste ?

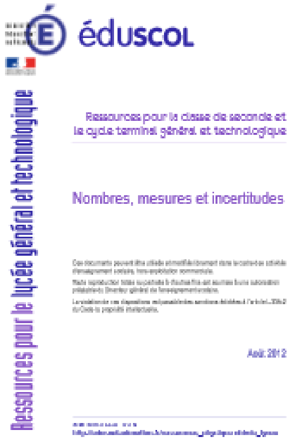


Un peu de théorie





(source M. Melzani)

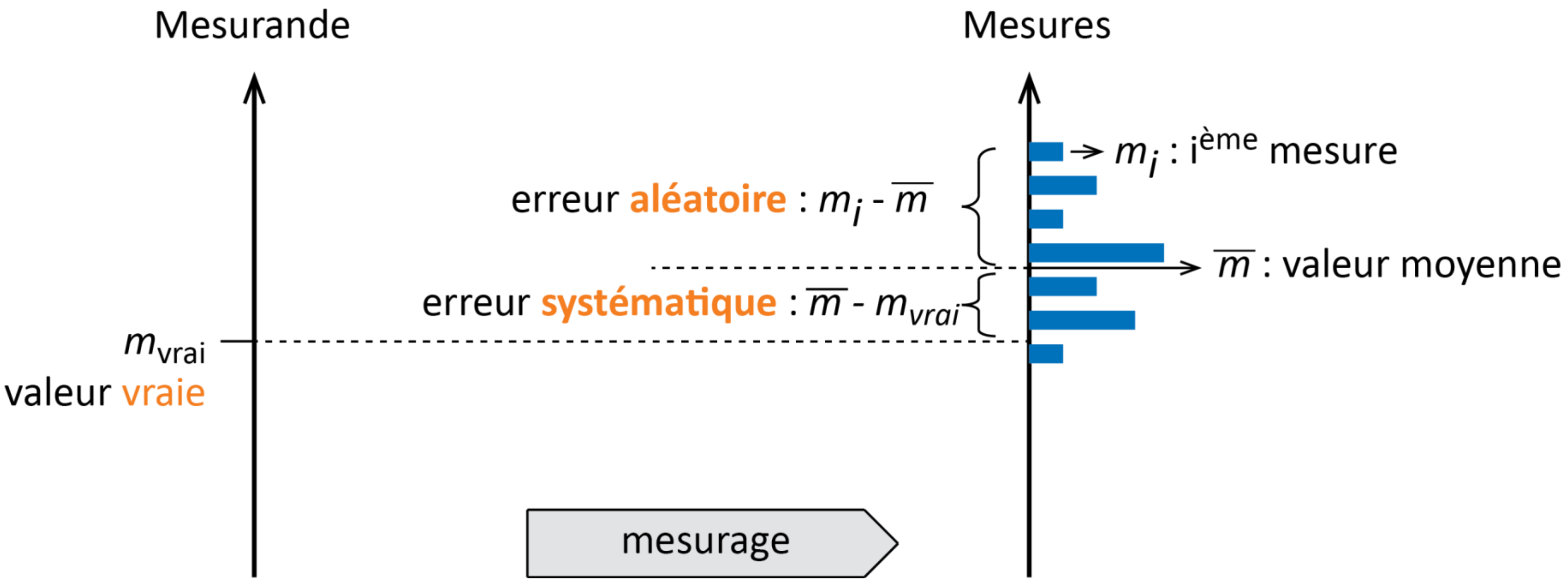


Le vocabulaire :

- **Mesurande** : la grandeur que l'on **veut** mesurer.
  Devant les élèves on dira : « grandeur mesurée » ou, mieux : « grandeur à mesurer »
- **Mesure** : valeur que l'on obtient par mesurage.
  Devant les élèves on dira « valeur mesurée ».
- **Mesurage** : processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
  Devant les élèves on dira… « mesure » !

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

Un peu de théorie



Revenons à la justesse et à la fidélité :

- La mesure (pardon… le mesurage) est d’autant plus **juste** que **l’erreur systématique** est faible.
  L’erreur systématique est due au protocole de mesure et aux instruments.
  Multiplier les mesures est sans effet sur elle.

- La mesure est d’autant plus **fidèle** que **l’erreur aléatoire** est faible.
  L’erreur aléatoire peut être due à la maladresse de l’expérimentateur, aux instabilités, etc.
  Plus les mesures sont nombreuses, plus on réduit l’erreur aléatoire.

Un peu de théorie

Erreur - incertitude

- l'**erreur** est la différence entre la valeur mesurée x et la valeur vraie (que l'on ne connaît pas)
- l'**incertitude** $u(x)$ u (pour *uncertainty*) traduit les tentatives scientifiques pour estimer l'importance de l'erreur commise lors de la mesure.

L'écriture du résultat d'une mesure doit faire apparaître cette incertitude.

Par convention, le résultat d'une mesure s'écrit :

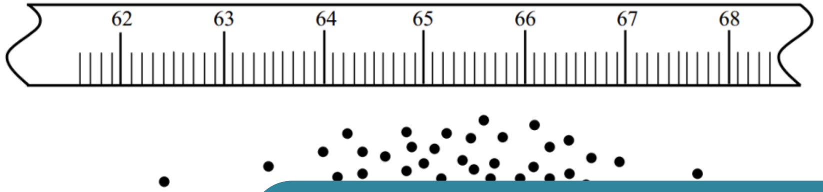
$$x = \bar{x} \pm u(x)$$

où $\bar{x}$ est la meilleure estimation de la grandeur et $u(x)$ l'incertitude correspondante.

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

De la théorie pure et dure : l'évaluation de **type A**

On procède à une évaluation de type A si incertitude évaluable par une **méthode statistique.**



Comme aujourd'hui, avec les élèves on s'autorisera quelques entorses !

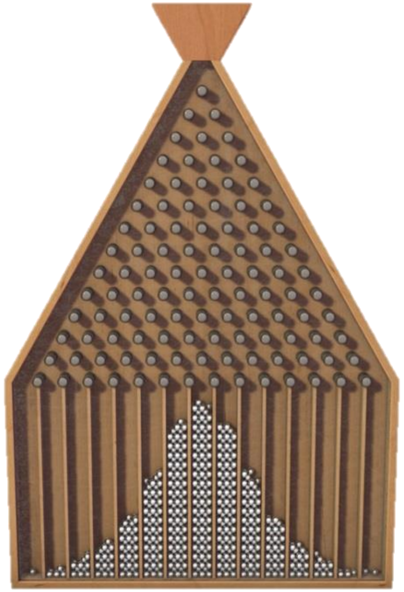
C'est le cas (en toute rigueur) lors d'une mesure répétée :

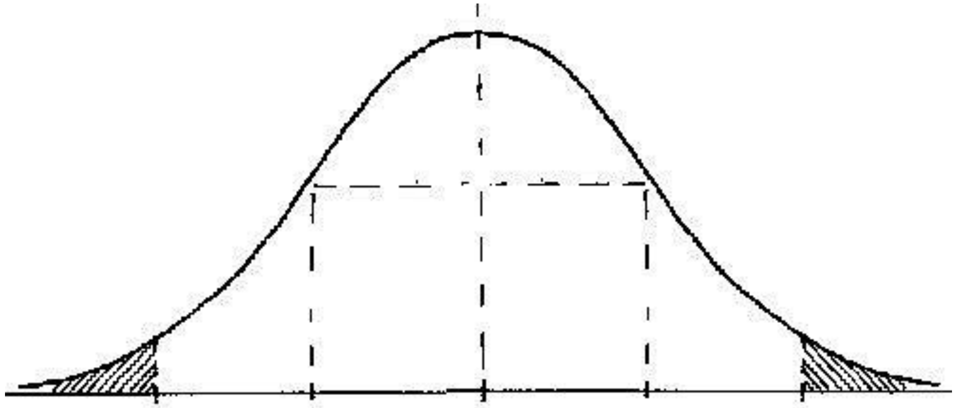
- Par le même opérateur
- Avec le même matériel
- En appliquant le même protocole

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

D’où viennent ces courbes « en cloche » ?

Cas d’une mesure répétée

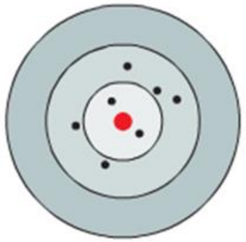


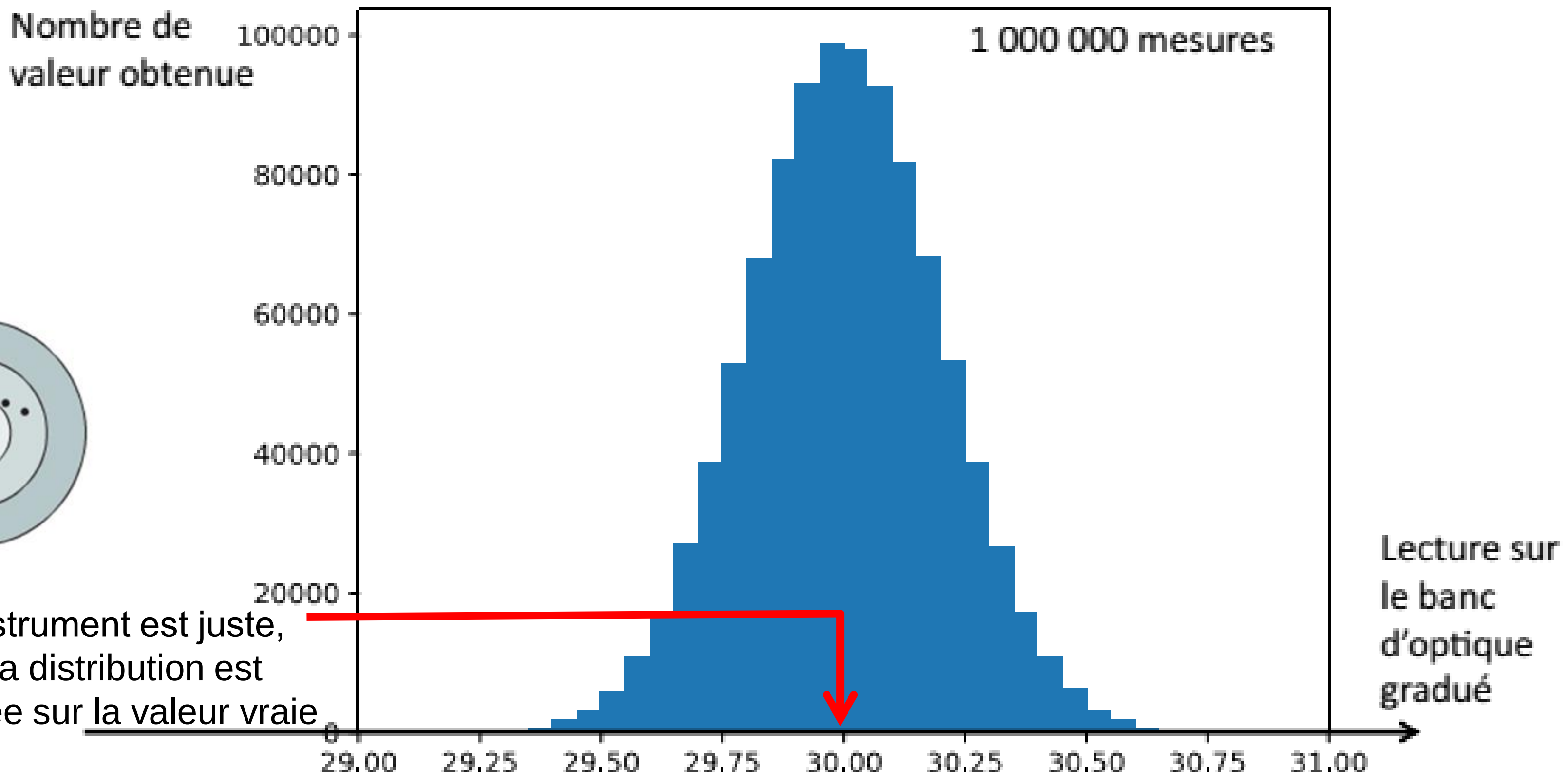


Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

D'où viennent ces courbes « en cloche » ?

Exemple de la lecture de la position de l'écran sur un banc d'optique





Si l'instrument est juste, alors la distribution est centrée sur la valeur vraie

Source : N. Reverdy

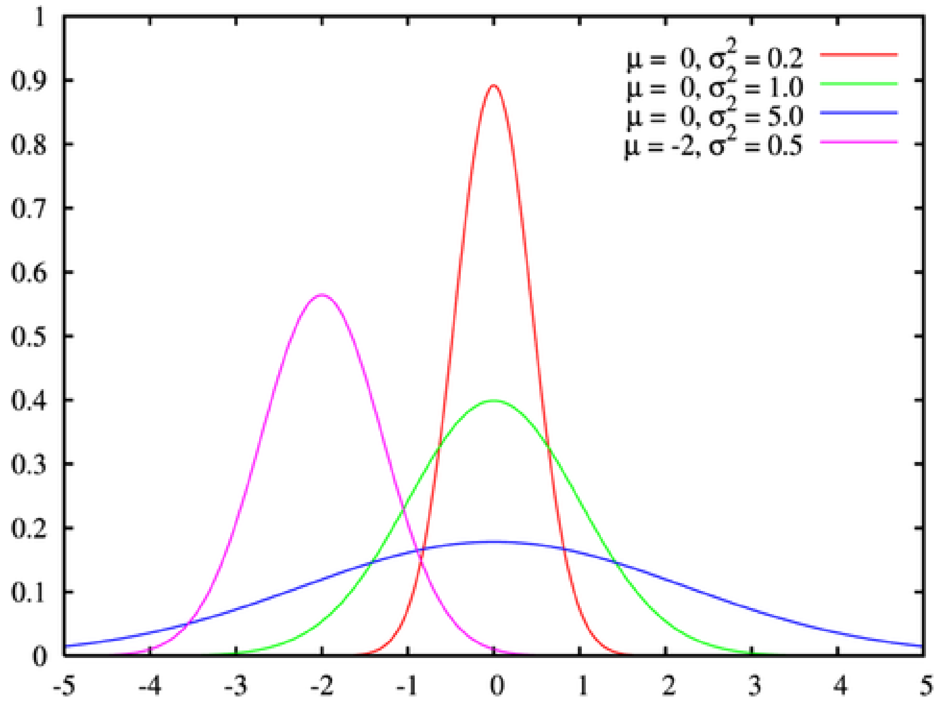
La loi normale ou loi gaussienne

La probabilité de trouver une valeur X pour une mesure m comprise entre a et b s'écrit:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

où $f(x)$ est la fonction densité de probabilité :

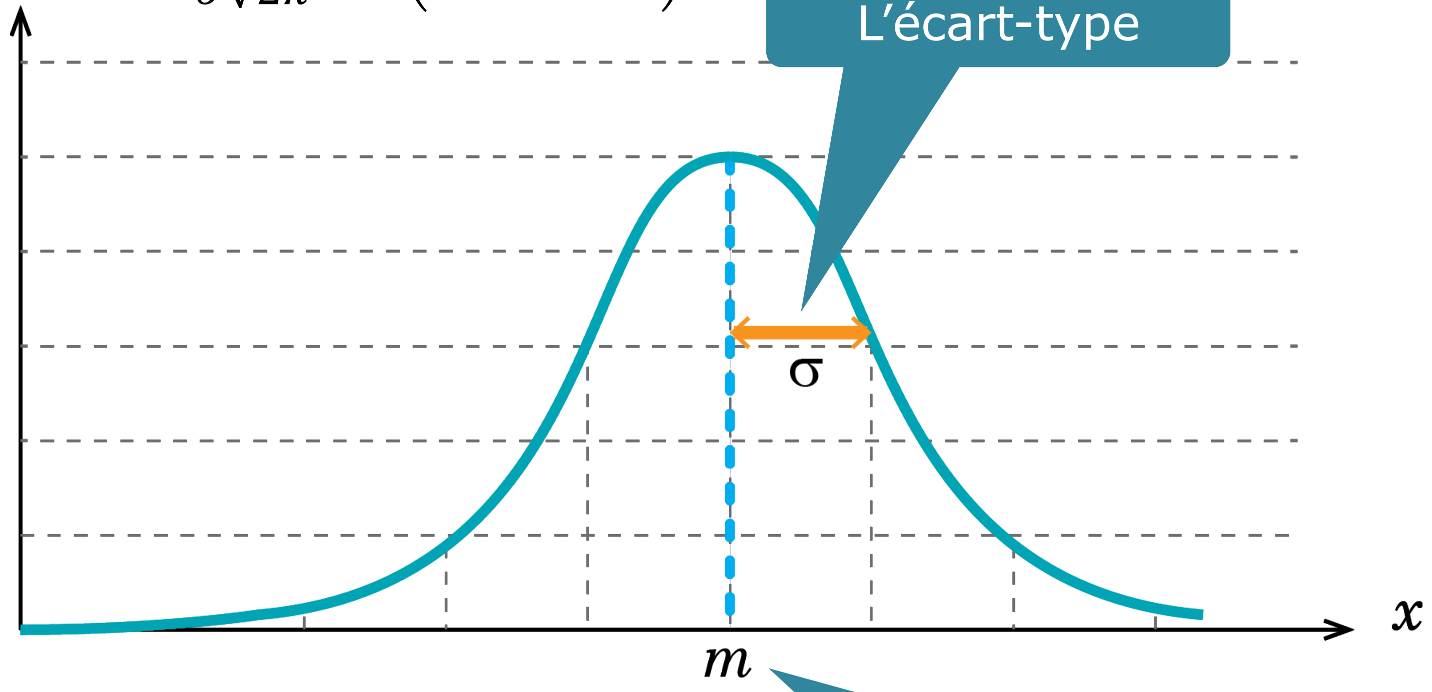
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$



La loi normale ou loi gaussienne

Deux grandeurs pour caractériser une loi normale

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$



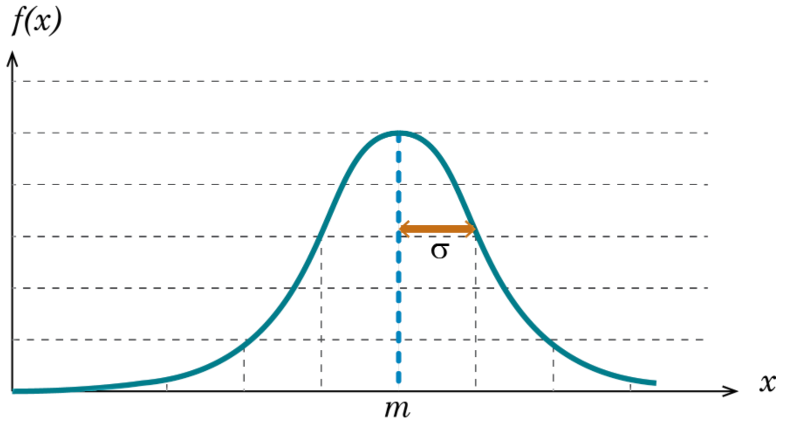
L'écart-type

Valeur centrale : la plus probable

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

La loi normale ou loi gaussienne

Deux grandeurs pour caractériser une loi normale



- m est **la moyenne** :

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

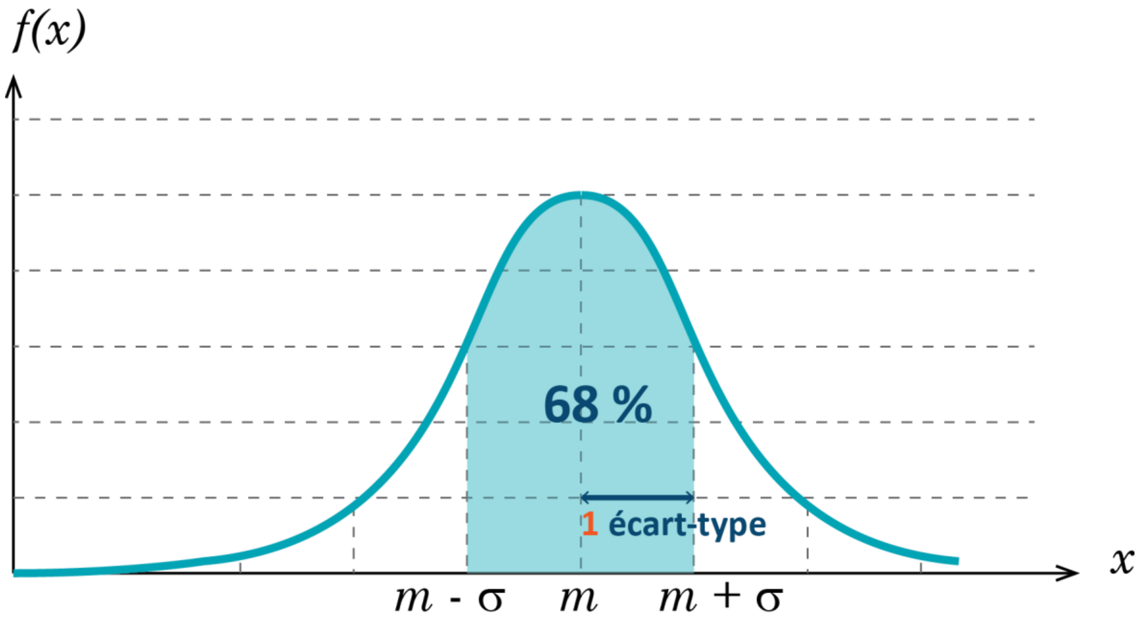
- σ est **l'écart-type** ou écart quadratique moyen… *à ne pas confondre avec l'écart-type expérimental !*

La loi normale ou loi gaussienne

On montre que :

$$\int_{m-\sigma}^{m+\sigma} f(x)\,dx \approx \mathbf{0,68}$$

la probabilité de trouver UNE mesure dans l'intervalle $[m-\sigma ; \mathrm{m}+\sigma]$ vaut **68%**

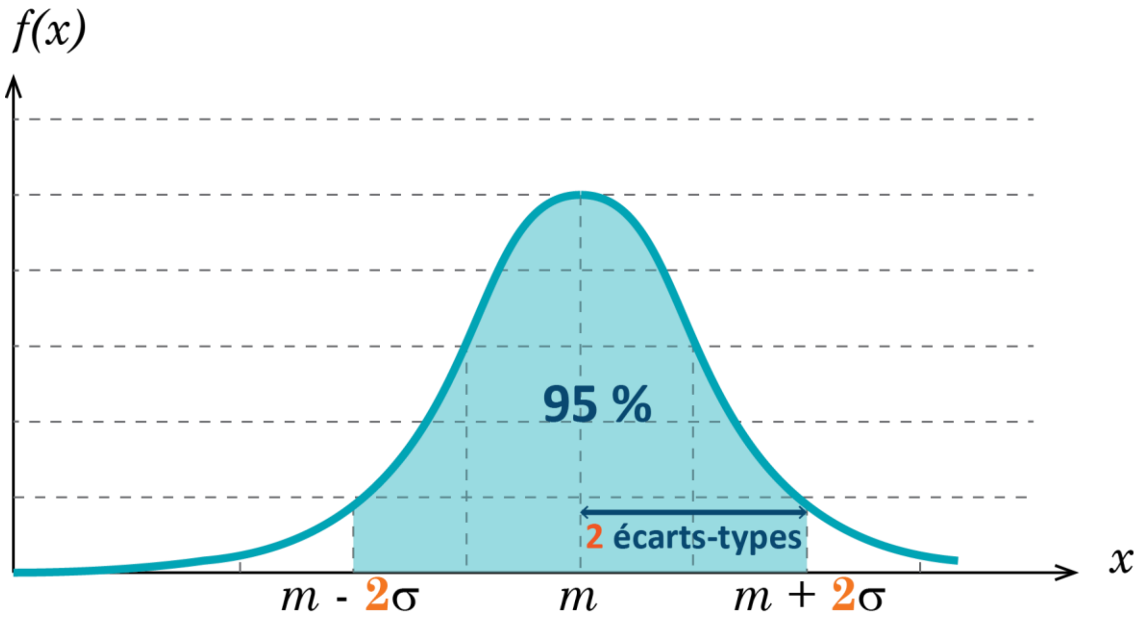


La loi normale ou loi gaussienne

On montre que :

$$\int_{m-2\sigma}^{m+2\sigma} f(x)\,dx \approx \mathbf{0,95}$$

la probabilité de trouver UNE mesure dans l'intervalle $[m - \mathbf{2\sigma}; \mathrm{m} + \mathbf{2\sigma}]$ vaut **95%**

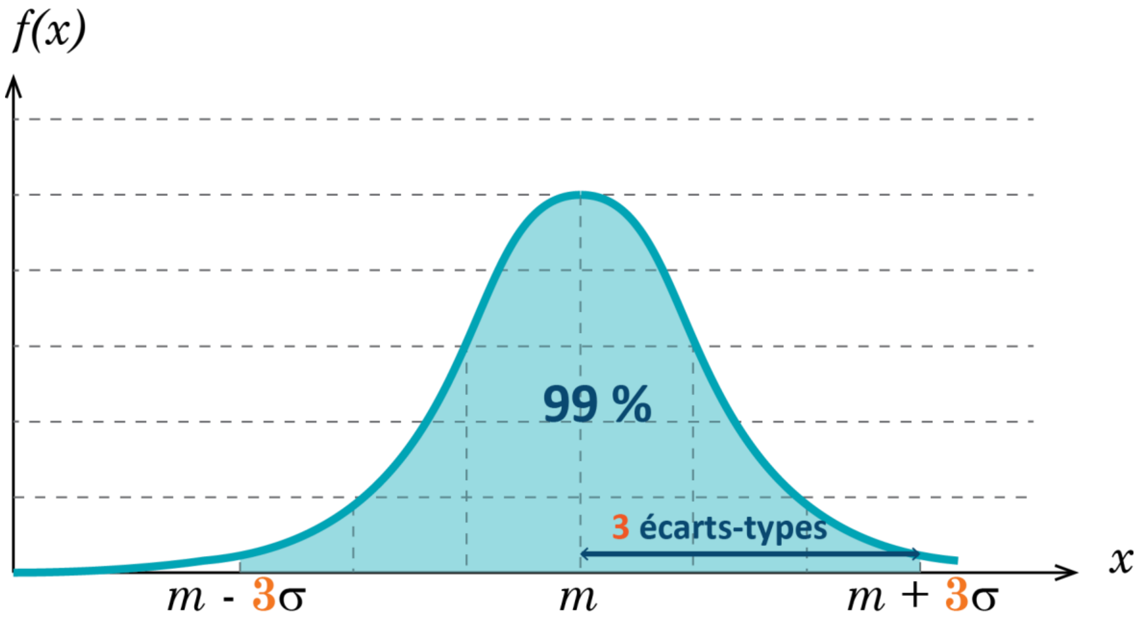


La loi normale ou loi gaussienne

On montre que :

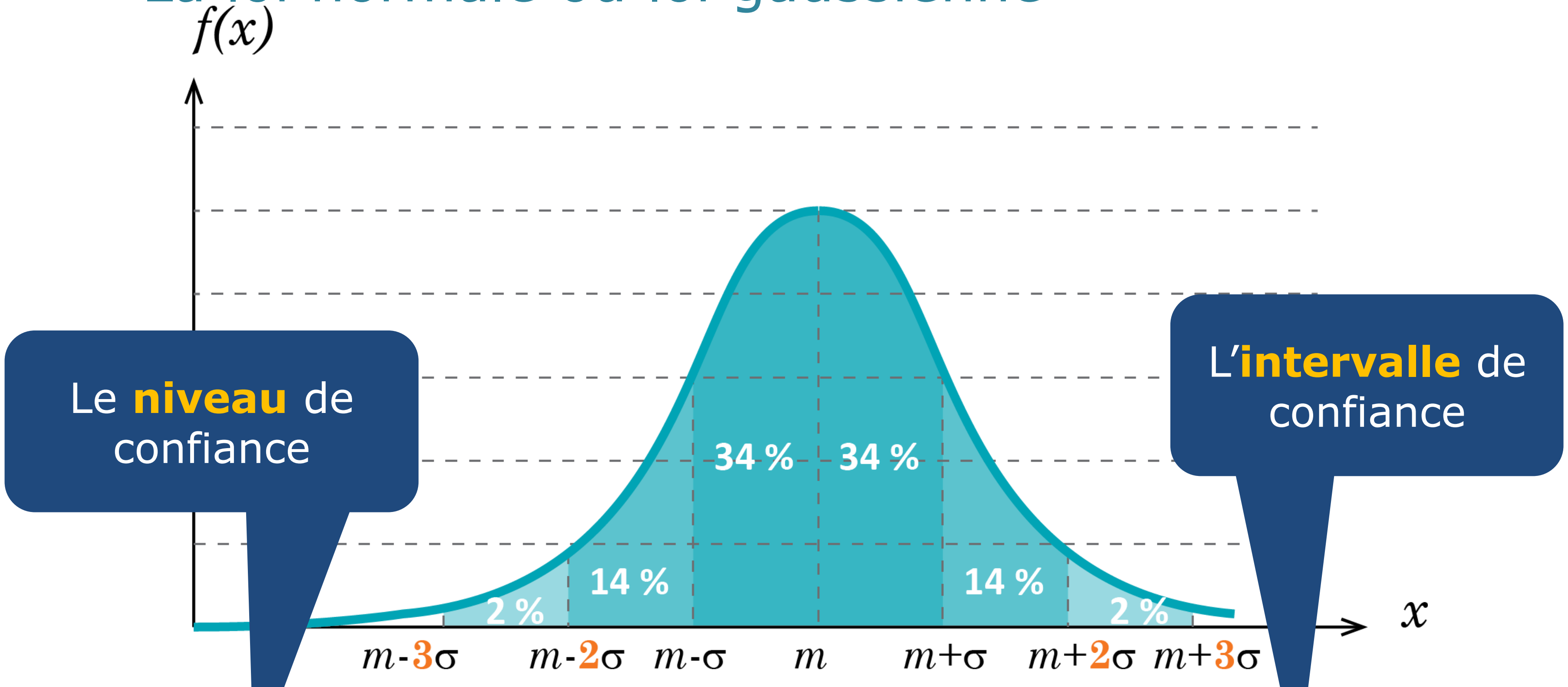
$$\int_{m-3\sigma}^{m+3\sigma} f(x)\,dx \approx 0,99$$

la probabilité de trouver UNE mesure dans l'intervalle $[m - 3\sigma ; \mathrm{m} + 3\sigma]$ vaut **99%**



Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

La loi normale ou loi gaussienne



Le résultat d'une mesure a :

- 68% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-\sigma\ ; m+\sigma]$
- 95% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-2\sigma\ ; m+2\sigma]$
- 99% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-3\sigma\ ; m+3\sigma]$

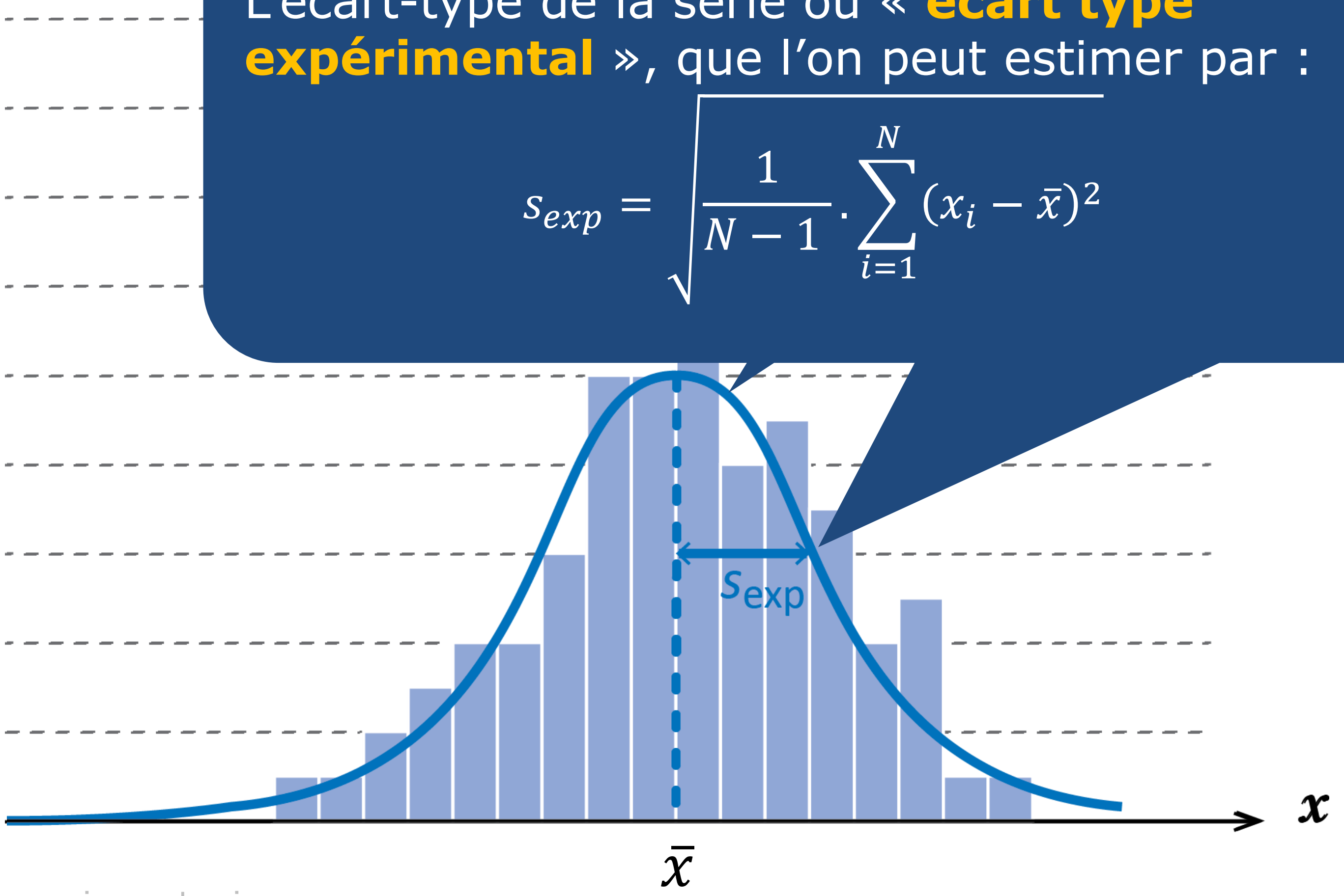
L'évaluation de **type A**

Mesures multiples d'une grandeur

Mais, au fait, on n'a pas réalisé une infinité de mesures ?!

L'écart-type de la série ou « **écart type expérimental** », que l'on peut estimer par :

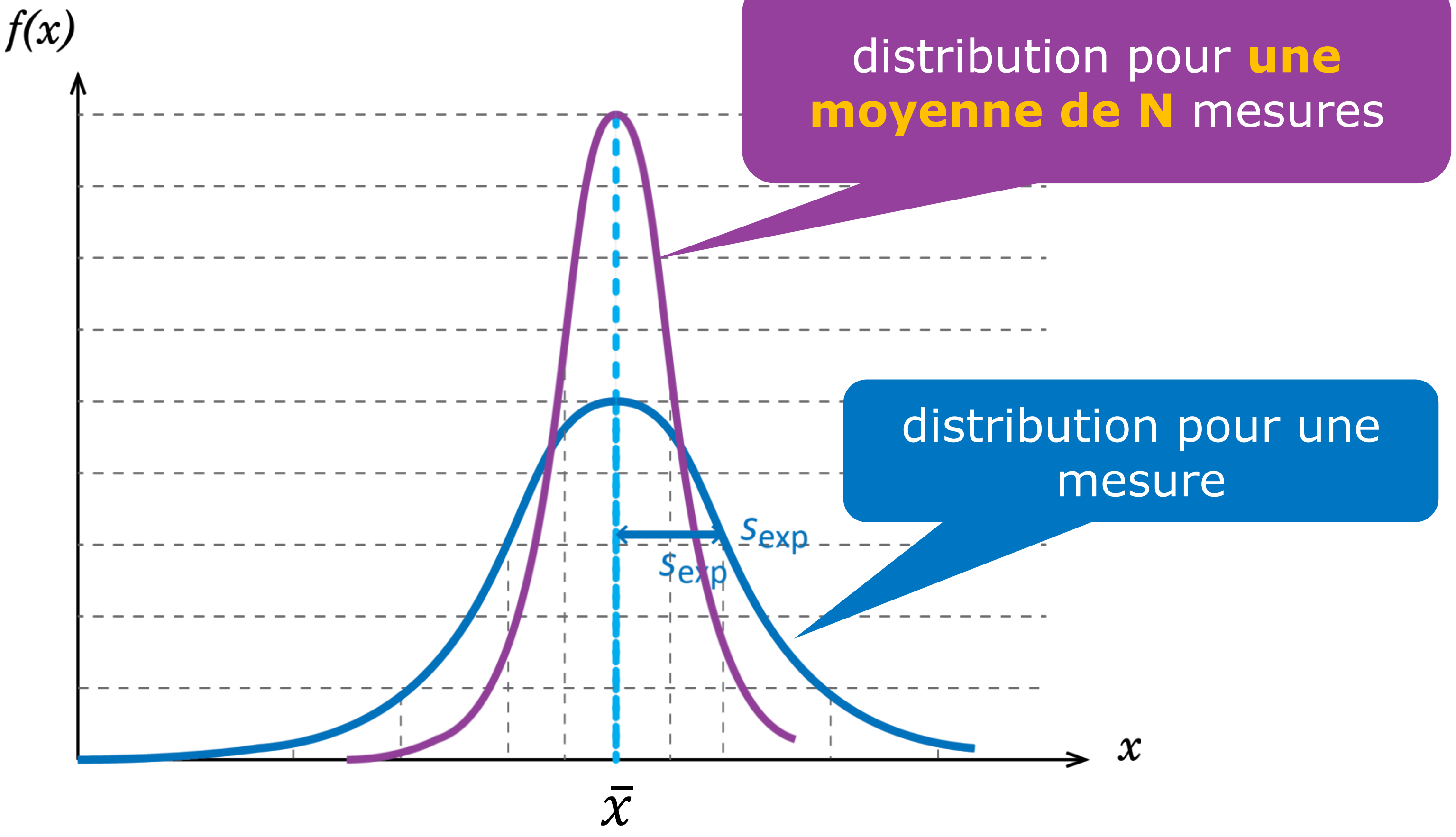
$$s_{exp} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}$$



L'évaluation de **type A**

Mesures multiples d'une grandeur

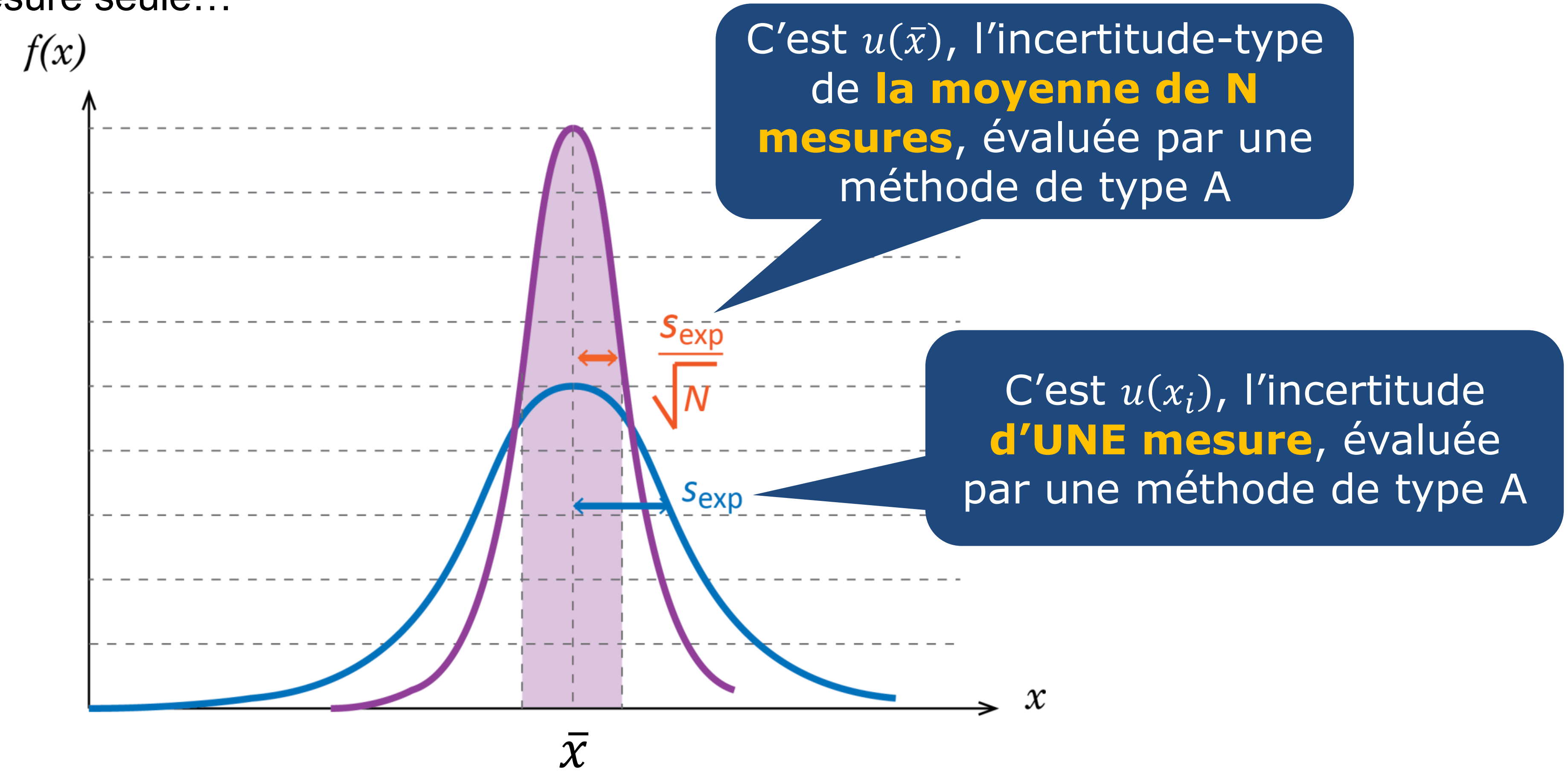
L'estimation à partir d'une moyenne de N mesures est « meilleure » que sur une mesure seule…



L'évaluation de **type A**

Mesures multiples d'une grandeur

L'estimation à partir d'une moyenne de N mesures est « meilleure » que sur une mesure seule…



L'évaluation de **type A : récapitulons !**

Série de N mesures d'une grandeur X à l'aide d'un instrument qui donne les résultats : $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots, x_N$: c'est l'échantillon

Dans ce cas :

- La meilleure estimation correspond à la valeur moyenne:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

- écart type de la série (ou écart-type expérimental):

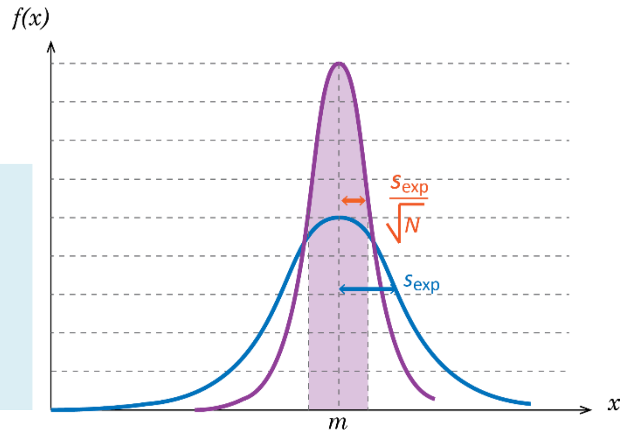
noté aussi σ_{n-1}

$$s_{exp} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

- écart type sur la moyenne :

Incertitude-type

$$u = \frac{s_{exp}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$



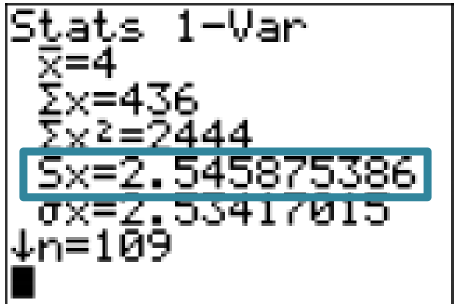
L'évaluation de **type A**

La calculatrice et ses **deux** écarts-t

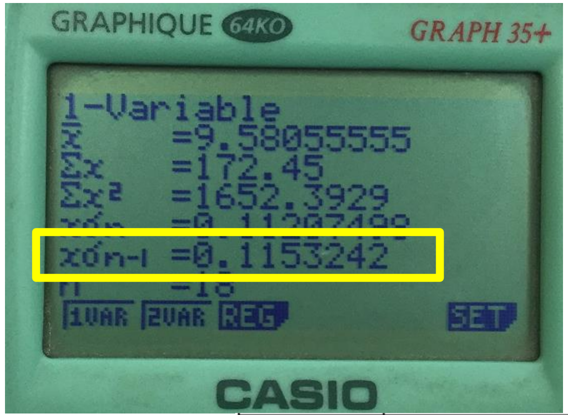
Une consigne simple :

Si la calculatrice ou le tableur propose deux écarts – types…

Choisir le plus élevé !



TI-82
TI-83



fx-92 Collège 2D

1 n	Nombre de données
2 $\bar{x}$	Moyenne des données de l'échantillon
3 $x\sigma n$	Ecart-type de la population
4 $x\sigma n{-}1$	Ecart-type de l'échantillon

Écart-type de la population :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Écart-type de l'échantillon :

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

À diviser par $\sqrt{n}$ pour avoir l'incertitude-type

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

L'évaluation de **type A**

Revenons à notre activité verrerie…

On a trouvé :

$$\bar{V} = 24{,}823 \text{ mL}$$

$$u(V) = \frac{\sigma_{exp}}{\sqrt{N}} = 0{,}032 \text{ mL}$$

Incertitude – type
notée $u(m)$

BO LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Écriture du résultat :

$\bar{V} = (24{,}823 \pm 0{,}032)$ mL, (68%)

$\bar{V} = (24{,}823 \pm 0{,}064)$ mL, (95%)

~~Incertitude élargie~~
$\cancel{U(m) = k \times u(m)}$
~~Ici :~~ $\cancel{k_{95\%} = 1{,}96 \approx 2}$

Constater et utiliser la dispersion des valeurs

Que dire aux élèves ? Qu'attendre d'eux ?

Programme de 2nde 2019 :

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur.
Incertitude-type.	Expliquer qualitativement la signification d'une incertitude-type et l'évaluer par une approche statistique.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

On ne parle plus que de **l'incertitude – type**
On ne parle plus d'élargissement : cela revient à considérer qu'un niveau de confiance de 68% suffit si la distribution est normale.

Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

Que dire aux élèves ? Qu'attendre d'eux ?

L'écriture « rigoureuse » :

$V = (24{,}823 \pm 0{,}032)$ mL, (68%)

Elle signifie :

Si la valeur de V suit une loi de distribution gaussienne, la valeur de $\bar{V}$ a une probabilité égale à 68% de se trouver dans l'intervalle [24,791 mL ; 24,855 mL]

Pour les élèves :

$V = (24{,}8\mathbf{2} \pm 0{,}0\mathbf{4})$ mL

La
décin
nce
sur laquelle porte *u*

1 CS seulement
u arrondie à la valeur supérieure

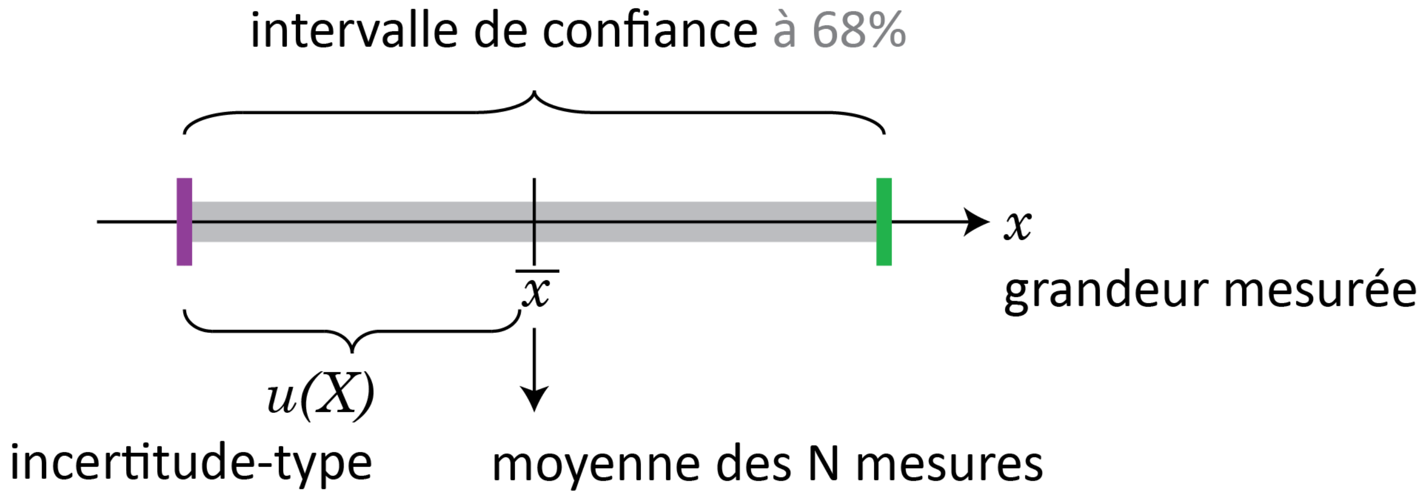
Constater et utiliser la **dispersion** des valeurs

Que dire aux élèves ? Qu'attendre d'eux ?

3 façons d'écrire le résultat

① $x \in [x_1 \,;\, x_2]$ à 68 %

②

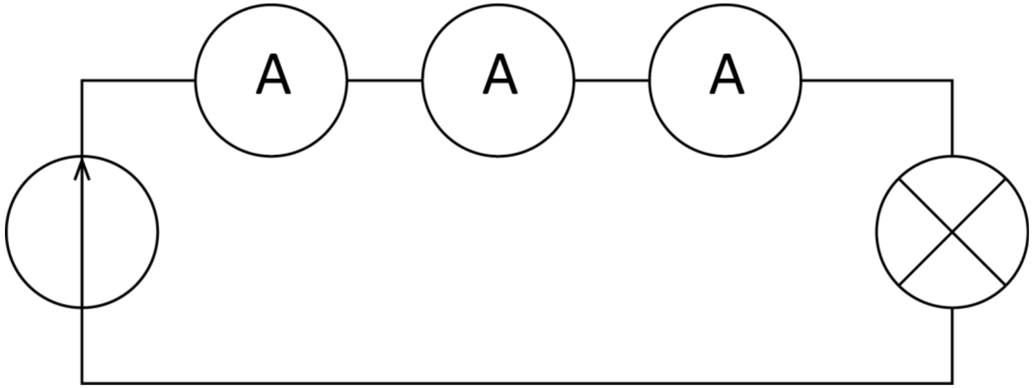


③ $x = \bar{x} \pm \mathrm{u}(x)$ à 68 %

Sommaire

- **En 2nde** : constater et étudier la dispersion des valeurs lors d'une mesure répétée
- **En 1ère** : évaluer une incertitude par une méthode de type A ou B
- **En terminale** : évaluer l'incertitude-type d'une valeur calculée à partir de valeurs mesurées et comparer une valeur mesurée à une valeur de référence

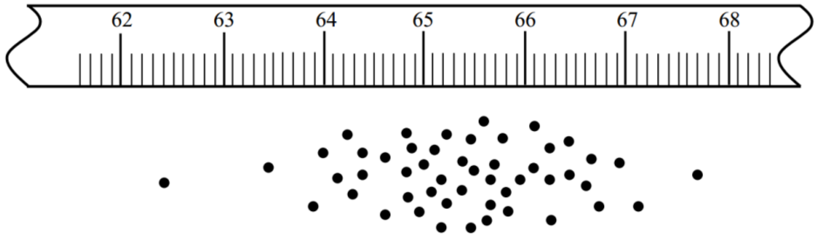
Une situation expérimentale



Source :

Deux types d’évaluation

Évaluation de **type A** :

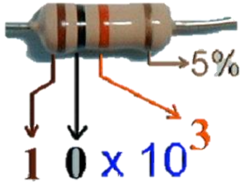


Si incertitude évaluable
par une méthode statistique

Évaluation de **type B** :

Dans les autres cas

- Caractéristiques de l’instrument
- Estimation par l’expérimentateur (graduations…)



Deux types d'évaluation

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

La seule nouveauté de première

Mais dans tous les cas…
les lois de la probabilité…

Estimation de la grandeur

Par des moyens statistiques (mesures répétées)

Évaluation de type A de l'incertitude-type

Par un modèle probabiliste (quelle probabilité la mesure a-t-elle de…)

Évaluation de type B de l'incertitude-type

Mais dans tous les cas…
les lois de la probabilité…

Fonction distribution de probabilité à partir d'une distribution d'effectifs

- *observée (type A)*
- *supposée (type B)*

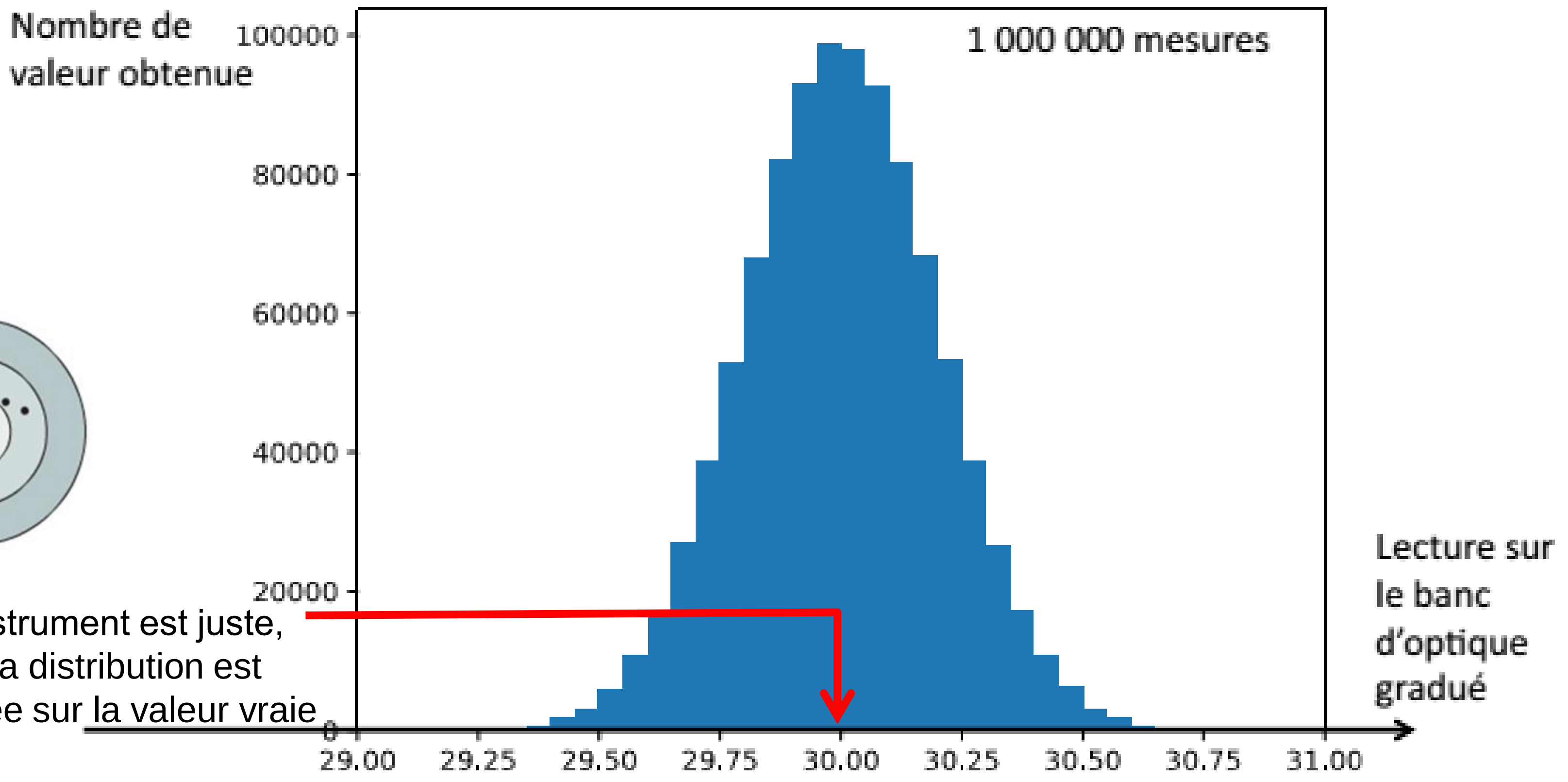
Randomisation : on explique la variabilité des résultats déterministes (pas d'aléatoires) comme s'ils étaient des réalisations d'une variable aléatoire.

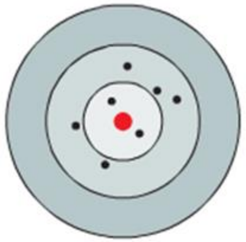
L'incertitude-type
correspond
à l'écart-type
de la fonction distribution de probabilité

Mesure unique

Adopter un modèle probabiliste c'est supposer une statistique

Exemple de la lecture de la position de l'écran sur un banc d'optique





Si l'instrument est juste, alors la distribution est centrée sur la valeur vraie

Source : N. Reverdy

Mesure unique

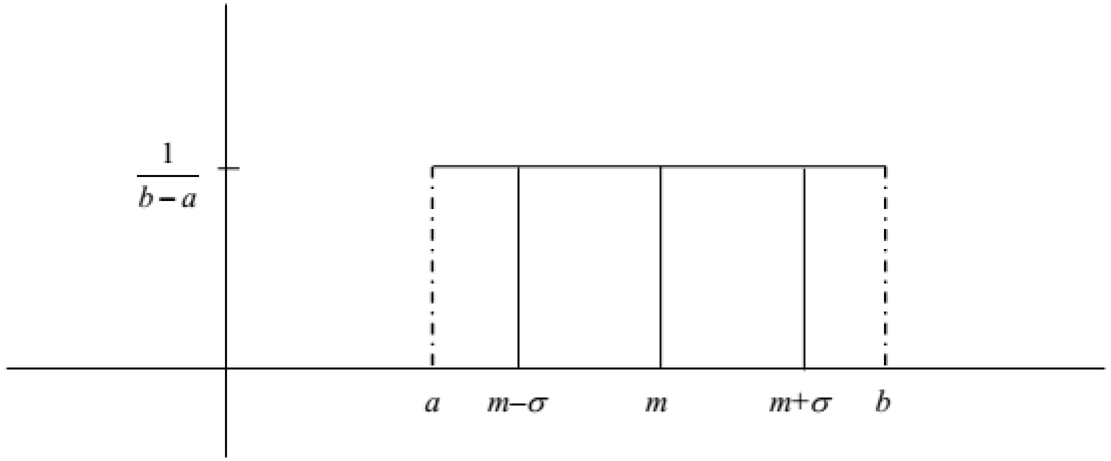
Petit détour théorique

La probabilité de trouver une valeur X pour une mesure m comprise entre a et b s'écrit:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

où $f(x)$ est la fonction densité de probabilité qui en physique est généralement une **fonction uniforme** (rectangle):

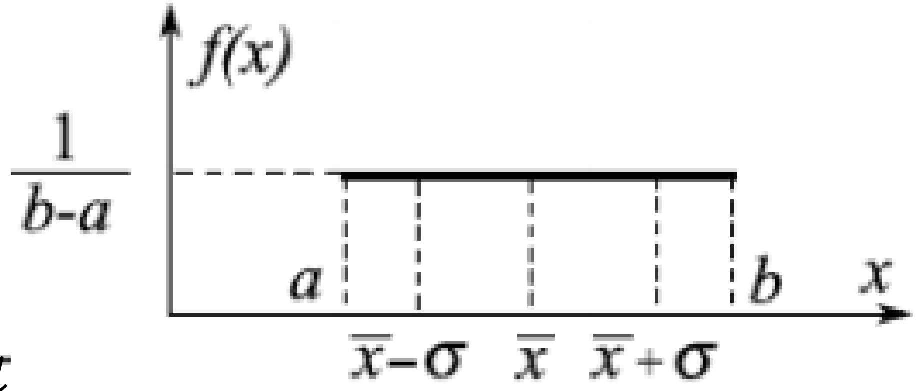
$f(x) = \frac{1}{b-a}$ pour $a \leq x \leq b$ et $f(x) = 0$ sinon



allure de la densité

Mesure unique

Petit détour théorique : distribution uniforme



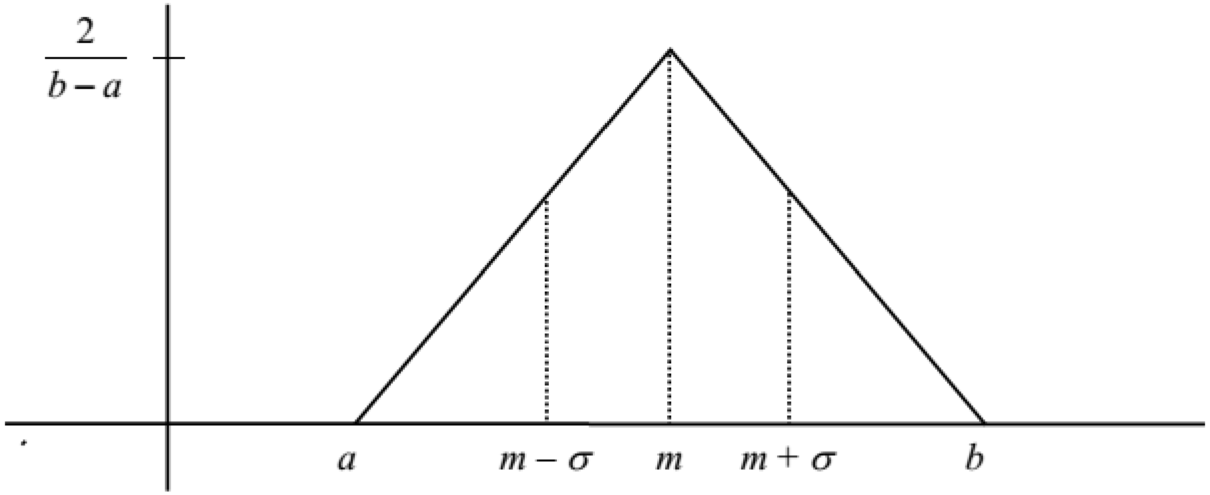
$$\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

- Le résultat de la mesure a 57% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-\sigma\ ; m+\sigma]$
- Le résultat de la mesure a 95% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-1{,}65\sigma\ ; m+1{,}65\sigma]$

Mesure unique

Petit détour théorique : distribution triangulaire

$$\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{6}}$$

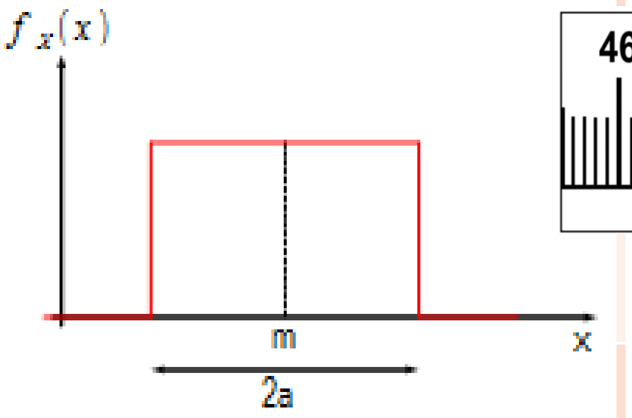
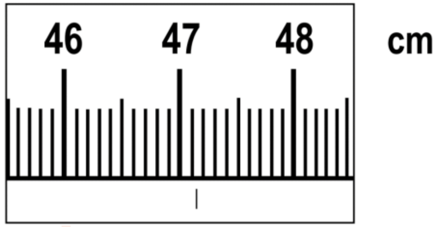


allure de la densité

- Le résultat de la mesure a 57% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-\sigma\ ; m+\sigma]$
- Le résultat de la mesure a 95% de chances de se trouver dans l'intervalle $[m-1{,}65\sigma\ ; m+1{,}65\sigma]$

Évaluer une incertitude par une méthode de type B

Mesure unique

situation	Loi de proba associée
Appareil à graduation, résolution a	 
Appareil numérique, résolution affichage a, précision a (x% de valeur affichée + y dernier digit) Indication a (sans autre info)	
Instrument classe de valeur a	
Incertitude de détermination (ressentie opérateur)	$Incertitude-type:$
Valeur donnée sans incertitude : unité du dernier chiffre = largeur de l'intervalle	$u(x)=\sigma=\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{2a}{\sqrt{12}}=0{,}58a$

Un quart de graduation mais niveau de confiance 57%

En pratique une demi-graduation

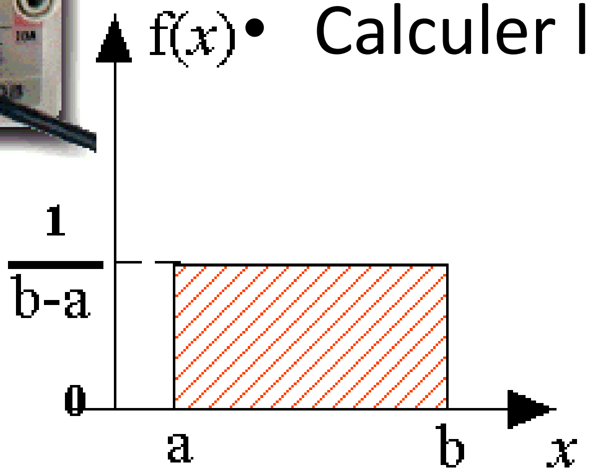
Mesure unique

Cas d'une échelle digitale

→ Erreur liée à l'instrument

$U = 6{,}08$ V

- Si on change la sensibilité du voltmètre pour avoir 4 chiffres significatifs, quelle est la probabilité d'obtenir $U = 6{,}082$ V ?
- Calculer l'incertitude-type

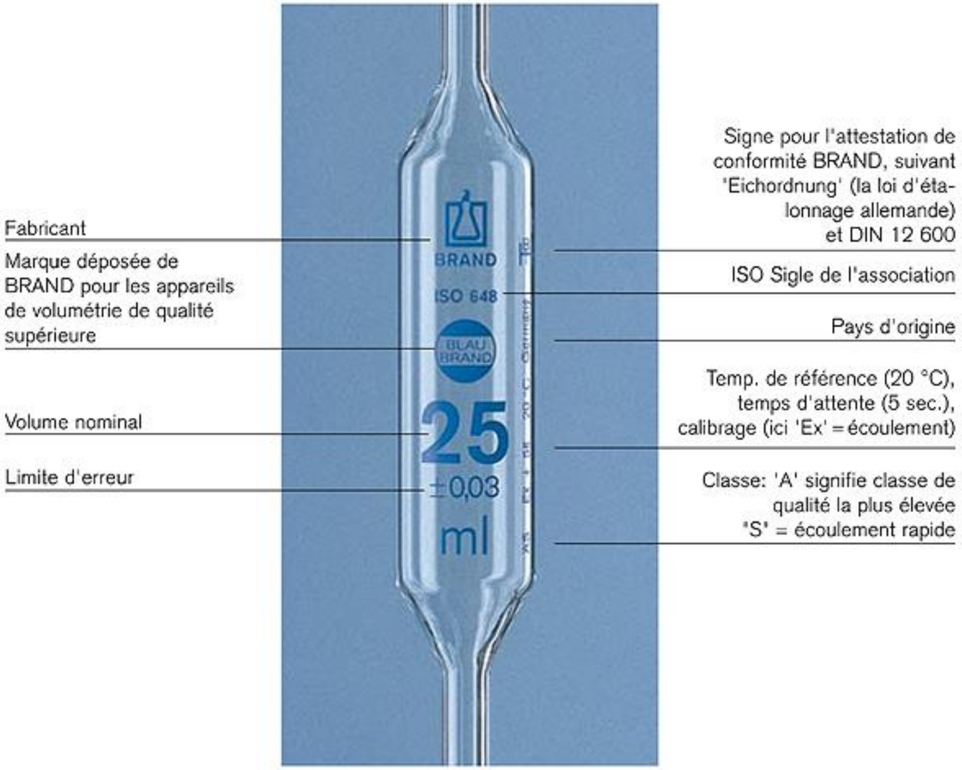


Fonction de densité de probabilité

En pratique…

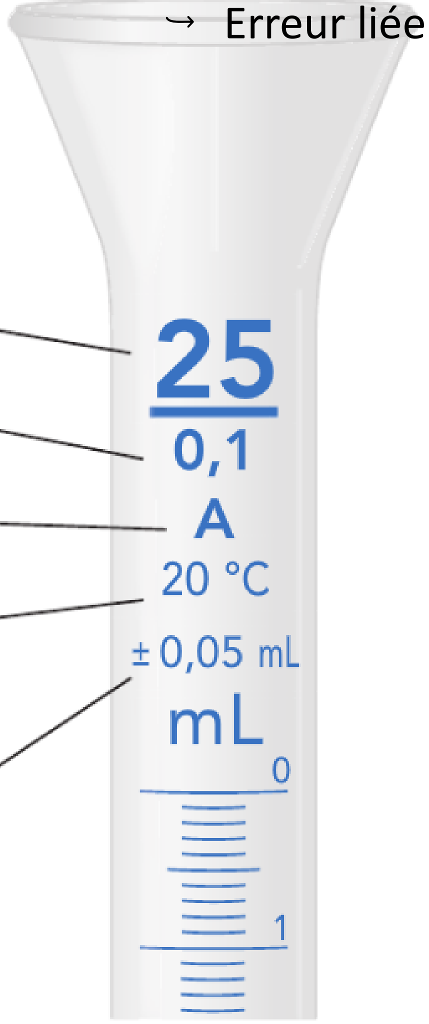
Mesure unique

→ Erreur liée à l'instrument



Type de verrerie	Écart maximum toléré (EMT)
A	0,2 % du volume total
B	0,5 % du volume total

Sur cette burette graduée, le fabricant a indiqué :
– le volume maximal mesurable : 25 mL ;
– la graduation la plus petite : 0,1 mL ;
– la classe de l'instrument : A ;
– la température pour laquelle l'indication du volume est la plus précise : 20 °C ;
– la tolérance : ±0,05 mL.

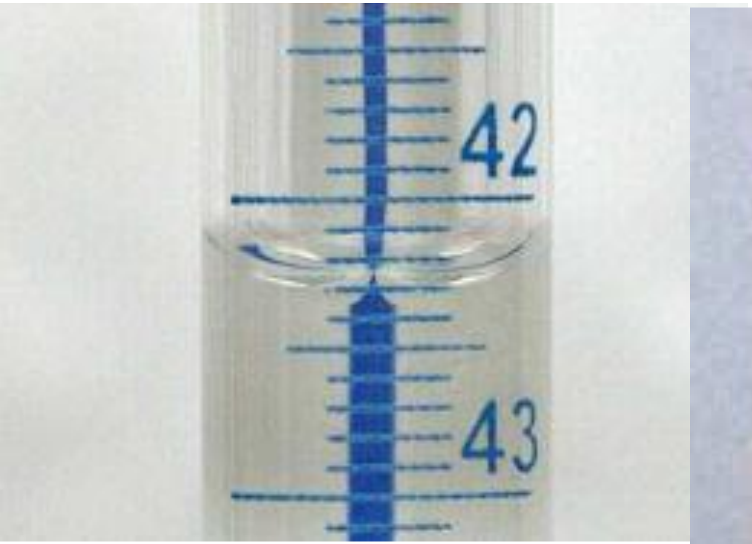


(Hachette TS)

Mesure unique

→ Erreur liée à l'instrument

En pratique…



- Détermination à la goutte près : 0,04 mL
- Burette 25 mL de classe A (±0,03 mL)

Mesure unique

→ Erreur liée à l'instrument

En pratique : mesure directe d'une grandeur à l'aide d'un instrument à affichage digital…

L'incertitude maximale est donnée par le fabricant dans la notice de l'instrument. La notation la plus courante s'écrit sous la forme :

$$\pm(\zeta\% + \eta)$$

où ζ est un pourcentage de la valeur lue et η est un coefficient multiplicateur du dernier digit affiché.

ou encore $\pm(\text{p\%lecture} + nUR)$ où UR est l'unité de lecture du plus petit digit.

Le calcul de l'incertitude s'appuie sur la méthode précédente.

ici, on écrit donc :

$$u(R) = 88{,}9 \times \frac{\zeta}{100} + \eta \times 0{,}1 \quad \Omega$$

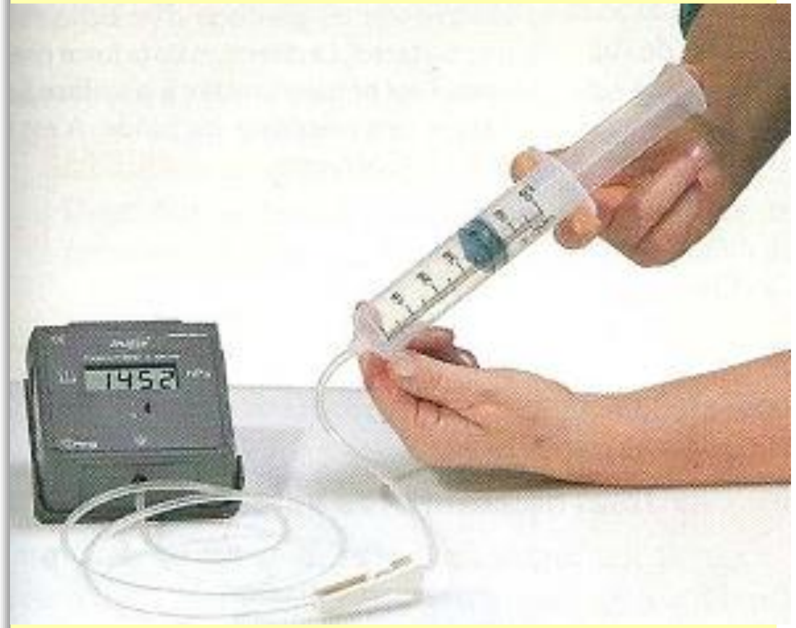
Mesure unique

→ Erreur liée à l'instrument

En pratique : mesure directe d'une grandeur à l'aide d'un instrument à affichage digital…

EXEMPLE

Loi de Boyle-Mariotte



Caractéristiques techniques

- Gamme : 0 à 2000 hPa
- Précision : 2% +/- 4 hPa
- Résolution : 1 hPa
- Pression maximale : 4000 hPa
- Dimensions : 100 x 100 x 40 mm
- Alimentation : 1 pile 9 V type 6F22

$P = 1452\ \mathrm{hPa}$

Évaluer une incertitude par une méthode de type A ou B

… et que dire aux élèves ?

Je divise par $\sqrt{3}$ …

… puis je multiplie par $\sqrt{2}$ …

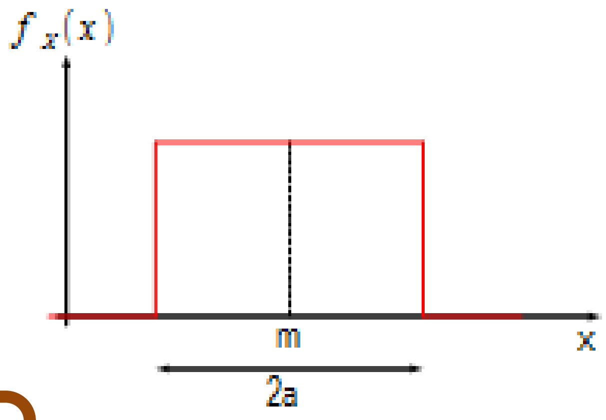
… ah oui, faut pas oublier d'arrondir à la fin…

zut alors, du coup c'est comme si j'avais rien fait !

tout ça pour ça… pff…

Évaluer une incertitude par une méthode de type B

Mesure unique

situation	Loi de proba associée
Appareil à graduation, résolution a	
Appareil numérique, résolution affichage a, précision a (x% de valeur affichée + y dernier digit) Indication a (sans autre info)	
Instrument classe de valeur a	
Incertitude de détermination (ressentie opérateur)	$Incertitude-type:$
Valeur donnée sans incertitude : unité du dernier chiffre = largeur de l'intervalle	$u(x)=\sigma=\frac{a}{\sqrt{3}}=0{,}58a$

Souvent, la source d'erreur principale est due au repérage : il faut savoir estimer l'incertitude liée.

Évaluer une incertitude par une méthode de type B

Que dire aux élèves ? Qu'attendre d'eux ?

Programme de 1re :

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

Définir l'incertitude – type comme critère caractérisant **l'erreur de mesure**

- calculée avec une série

ou

- donnée

Repérer si on utilise une **approche statistique ou non**.

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

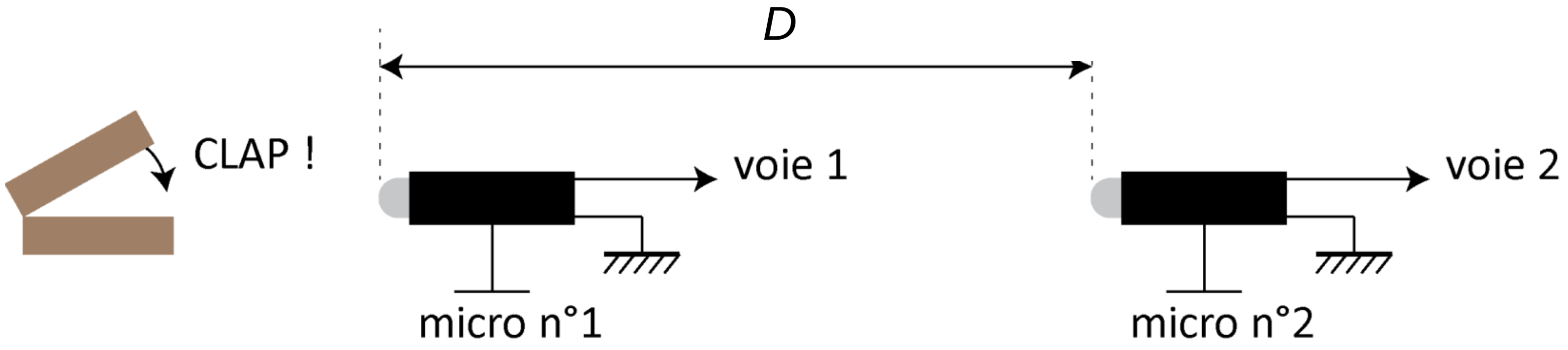
Évaluer une incertitude par une méthode de type B

Mesure unique

En pratique : mesure d'une durée

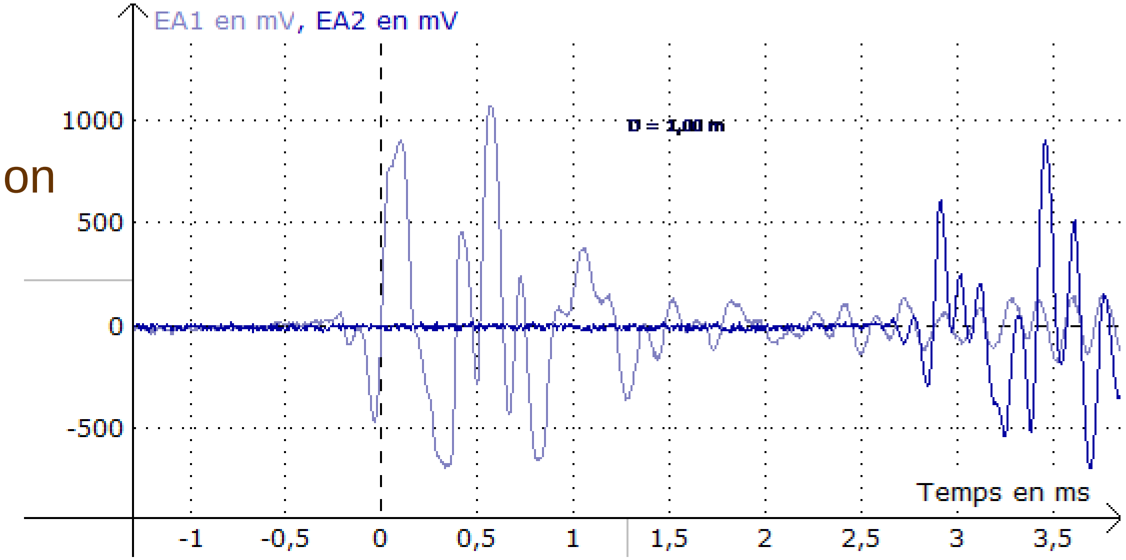
→ Erreur liée au repérage

Un exemple classique : la mesure d'une durée de propagation du son



Même avec une instrumentation en apparence précise,

l'erreur de repérage persiste



La qualité des instruments ne fait pas tout !

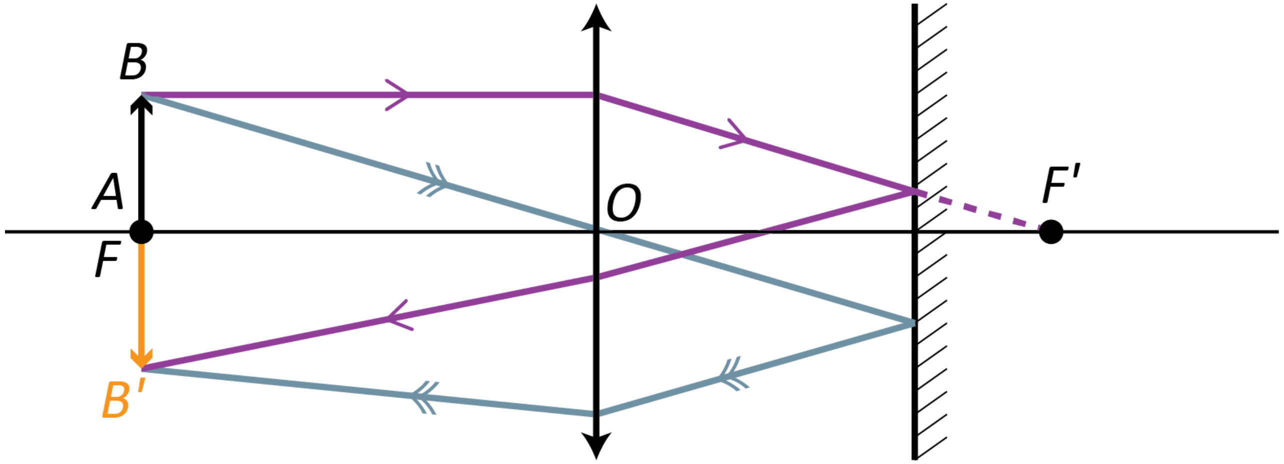
Mesure unique

Quand l'instrument de mesure ne fait pas tout…
Le cas d'école : l'optique

À vous de jouer :

Mesure d'une distance focale par la méthode de l'autocollimation (faites-le plusieurs fois !).

Principe :



Évaluer une incertitude par une méthode de type B

Mesure unique

Quand l'instrument de mesure ne fait pas tout…
Le cas d'école : l'optique

Dans les manuels on peut trouver du « dogme instrumental » :

Évaluation d'une incertitude

Cas d'une mesure unique (évaluation de type B)

Dans le cas d'une **mesure unique**, la valeur estimée est la valeur mesurée.

L'évaluation de l'incertitude associée dépend du type de mesure effectuée et du type d'appareil.

Lorsqu'on lit sur une **échelle graduée** où l'écart entre deux graduations les plus proches est δ, l'incertitude est voisine de :

- $\frac{\delta}{2}$ en cas de lecture simple (sur un thermomètre par exemple) ;
- δ en cas de lecture double (sur une règle, une burette graduée, etc.).

Hatier première p. 431

Mesure unique

Quand l'instrument de mesure ne fait pas tout…
Le cas d'école : l'optique

Si on applique la formule du livre : l'incertitude de la distance focale vaut :

$$u(f') = \mathbf{1\ mm}$$

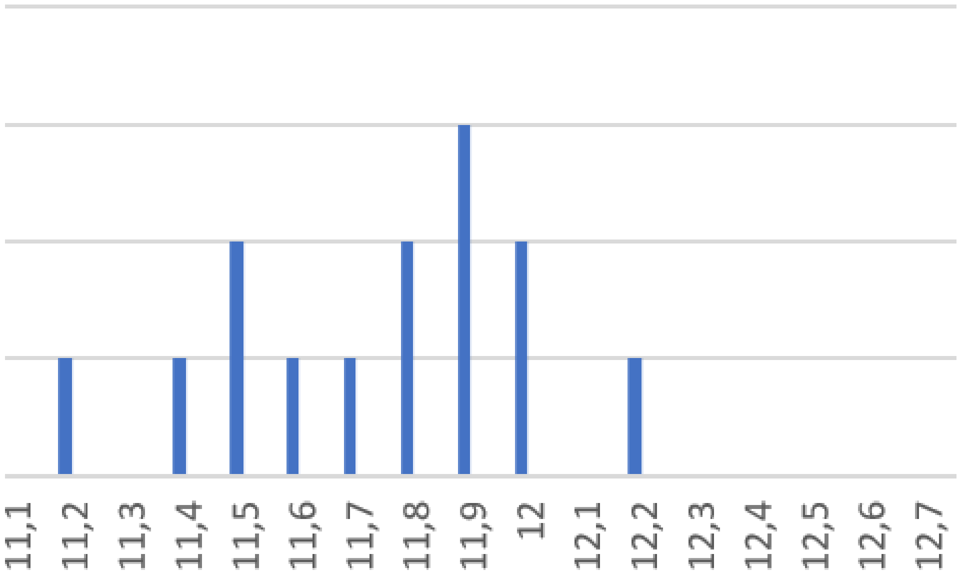
Si le professeur a donné la relation « rigoureuse » mais en considérant que la seule source d'erreur est l'instrument on dira plutôt :

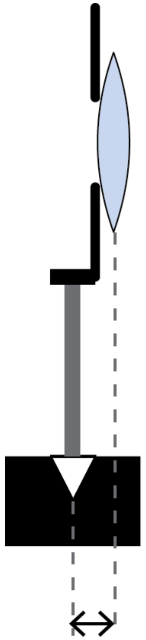
$$u(f') = \sqrt{2} \times \frac{1\mathrm{mm}}{\sqrt{12}} \approx \mathbf{0,6\ mm}$$

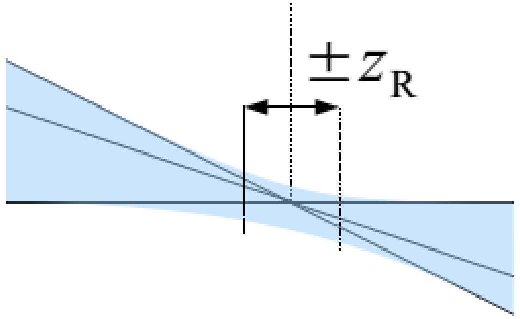
Mesure unique

Quand l'instrument de mesure ne fait pas tout…
Le cas d'école : l'optique

Pourtant…







On a négligé :

- L'erreur systématique (les accessoire ne sont pas exactement au-dessus des curseurs du banc d'optique) ;
- et surtout : **l'erreur de repérage !**

Mesure unique

→ Erreur liée au repérage

Quand l'instrument de mesure ne fait pas tout…
Le cas d'école : l'optique

… mais que dire aux élèves ?

aucune « formule » !

- soit on leur donne la valeur de *u*
- soit on les amène à se questionner : « de combien je peux me tromper en mesurant de cette manière ? »
- dans quel intervalle il est raisonnable de considérer la mesure ?

réponse ici : $u(f') \approx 2\ \mathrm{cm}$?

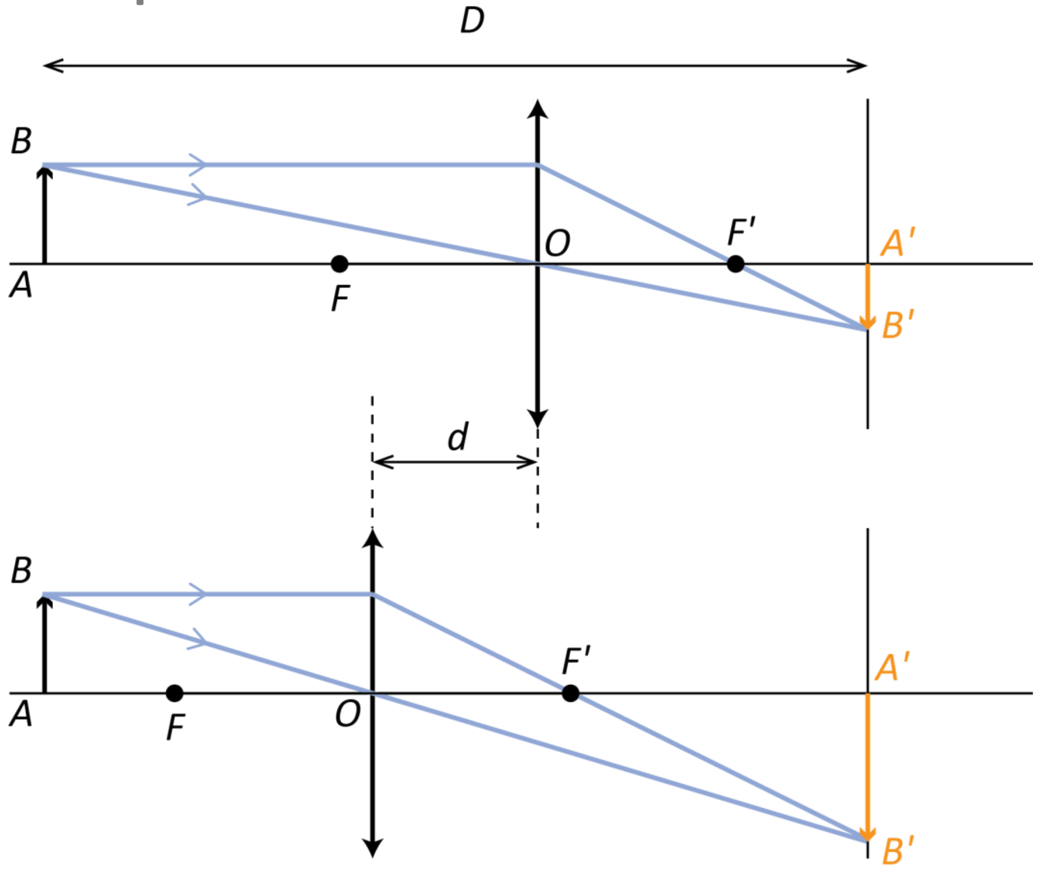
Mesure unique

→ Erreur liée au repérage

Quand l'instrument de mesure ne fait pas tout…

Le cas d'école : l'optique

Un prolongement possible : la méthode de Bessel



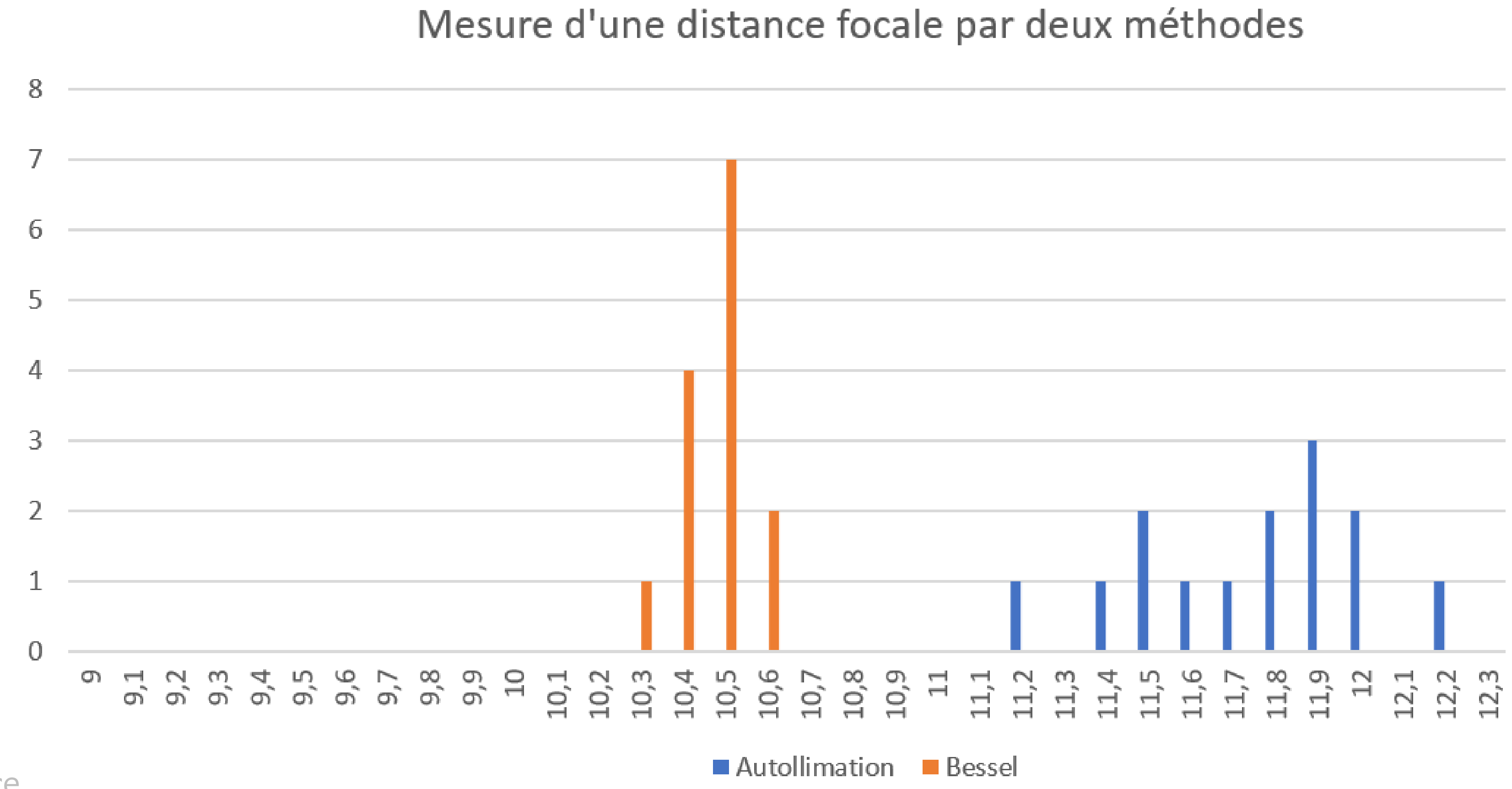
Mesure unique

→ Erreur liée au repérage

Quand l’instrument de mesure ne fait pas tout…

Le cas d’école : l’optique

Un prolongement possible : la méthode de Bessel



Évaluer une incertitude par une méthode de type B

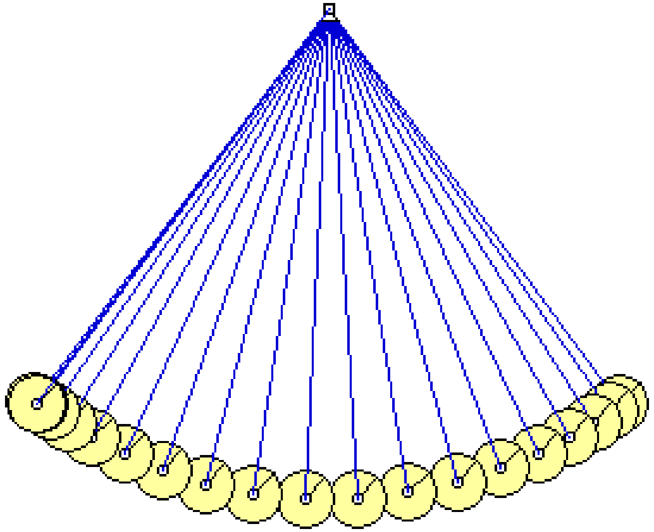
Mesure unique

→ Erreur liée au repérage

Mesure de la période d'un pendule pesant assimilé à un pendule simple

Lister les sources d'erreurs :

- ✓
- ✓
- ✓



Choisir une méthode

Faire 10 mesures au moins et estimer l'incertitude-type :

elle doit permettre d'estimer la meilleur méthode pour minimiser l'erreur de repérage

… et que dire aux élèves ?

- Les élèves n’ont à connaître aucune des relations qui expriment les incertitudes – types. C’est au professeur de les leur donner.

- L’objectif est davantage de permettre aux élève d’interpréter la valeur de l’incertitude (lui donner du sens) que de l’évaluer précisément : il s’agit de pouvoir comparer différentes étendues de valeurs…

- Au lycée, on peut s’autoriser quelques entorses à l’orthodoxie de la métrologie, par exemple « l’incertitude, c’est une demi-graduation ».

Sommaire

- **En 2nde** : constater et étudier la dispersion des valeurs lors d'une mesure répétée
- **En 1ère** : évaluer une incertitude par une méthode de type A ou B
- **En terminale** :
  - évaluer l'incertitude-type d'une valeur calculée à partir de valeurs mesurées
  - comparer une valeur mesurée à une valeur de référence

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Composition et comparaison

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. **Capacité numérique** : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur ou d'un langage de programmation.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Incertitudes-types composées.	Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types associées sont connues. **Capacité numérique** : Simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer, le cas échéant, le résultat d'une mesure m_{mes} à une valeur de référence m_{ref} en utilisant le quotient $\frac{\lvert m_{mes}-m_{ref}\rvert}{u(m)}$ où $u(m)$ est l'incertitude-type associée au résultat.

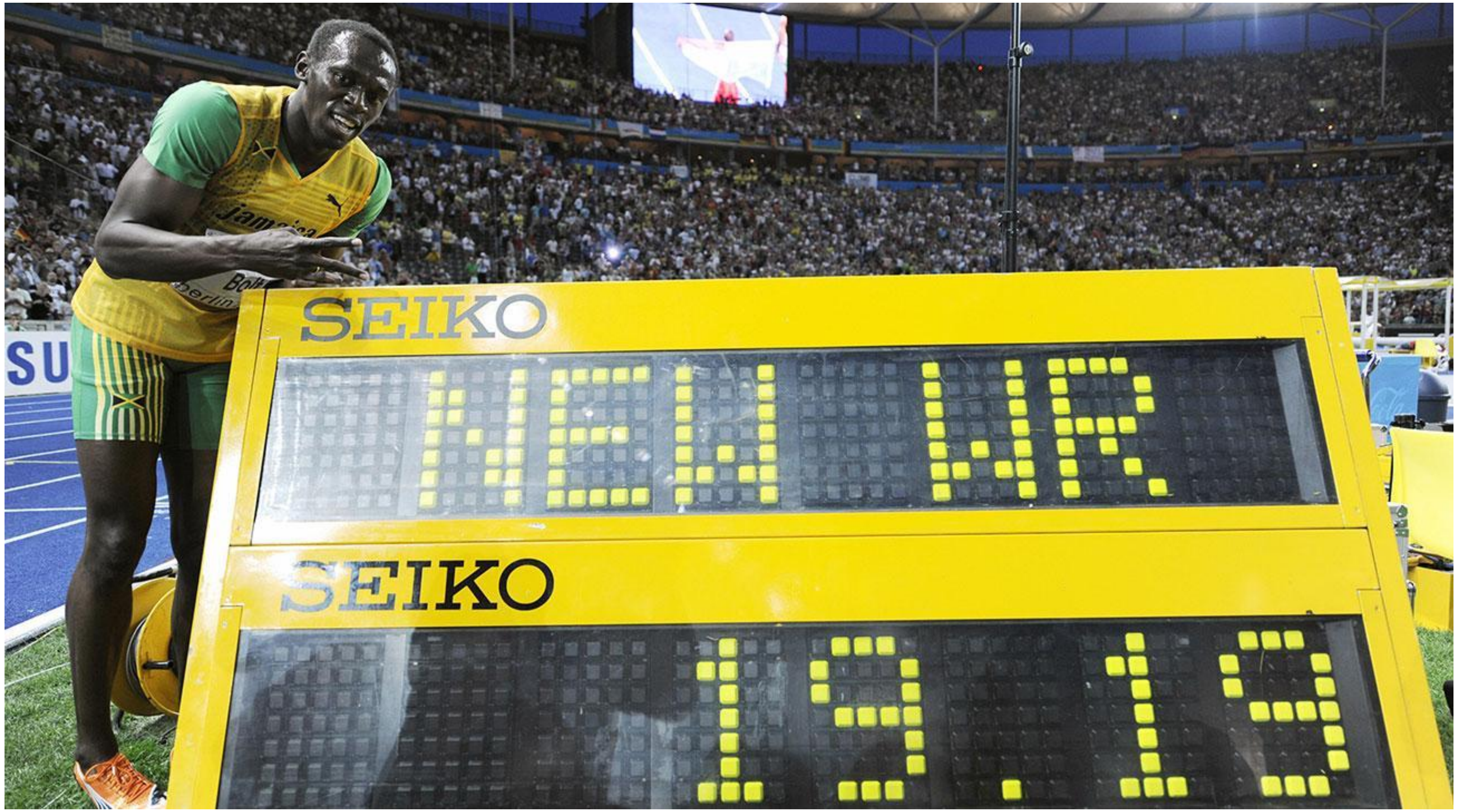
Les nouveautés de terminale

Composer les incertitudes et comparer à une valeur de référence

Une première expérience :
réalisons une mesure du record du monde du 200m

Pour préparer la suite
→ Y a-t-il une valeur de référence ?

Une première expérience : quelles sources d'erreurs ?



Lister les sources d'erreurs :

- ✓
- ✓
- ✓

Composer les incertitudes et comparer à une valeur de référence

Plusieurs sources d'erreurs sur **une** mesure

Pourquoi trouvons-nous tous une durée différente et différente de celle affichée par France 3 ?

Les sources d'erreur :

- l'instrument utilisé
- la simultanéité du start et du son perçu ?
- le temps de réaction au départ
- le temps de réaction à l'arrivée

Certainement la source d'erreur la plus faible.

Non documentée

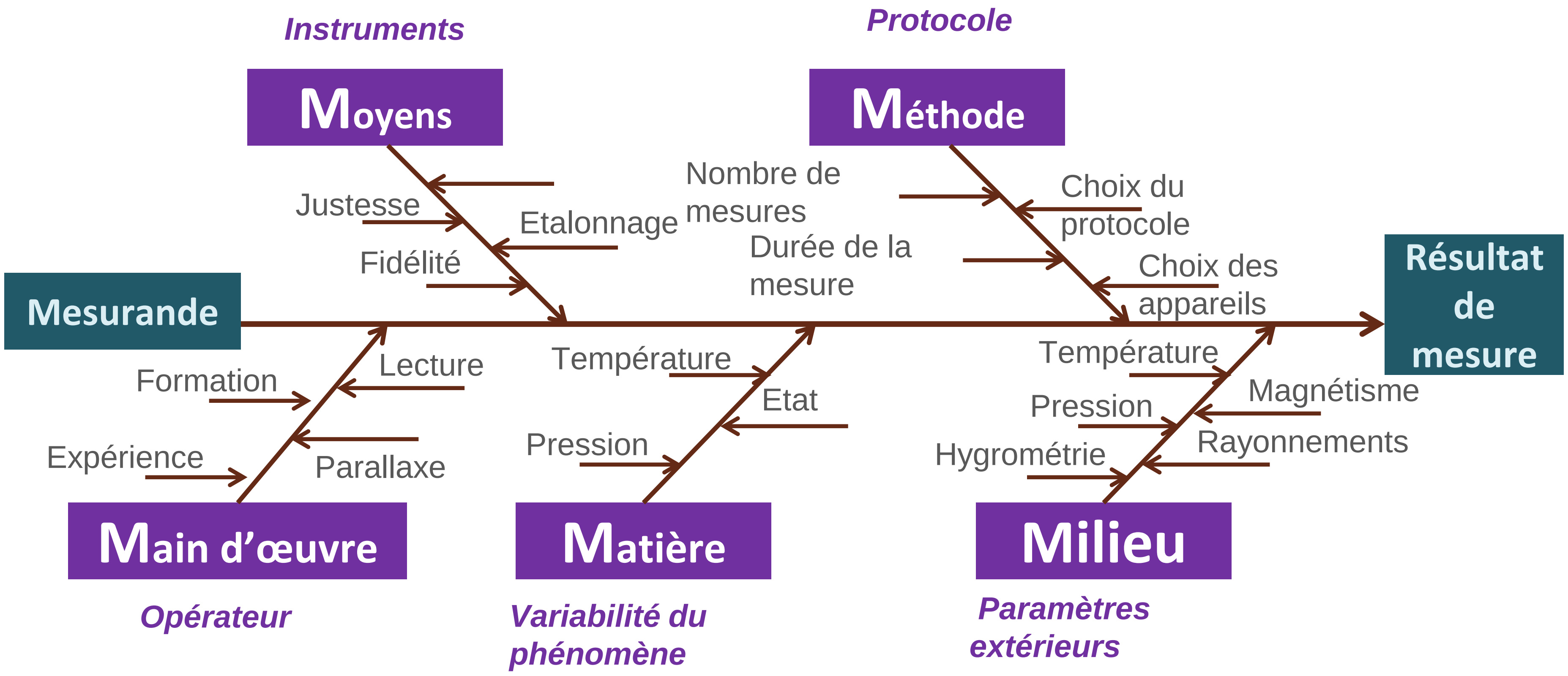
Certainement la source d'erreur la plus importante… qui évolue si on s'entraine !

Plus faible que la précédente car on peut anticiper le franchissement de la ligne d'arrivée

Composer les incertitudes et comparer à une valeur de référence

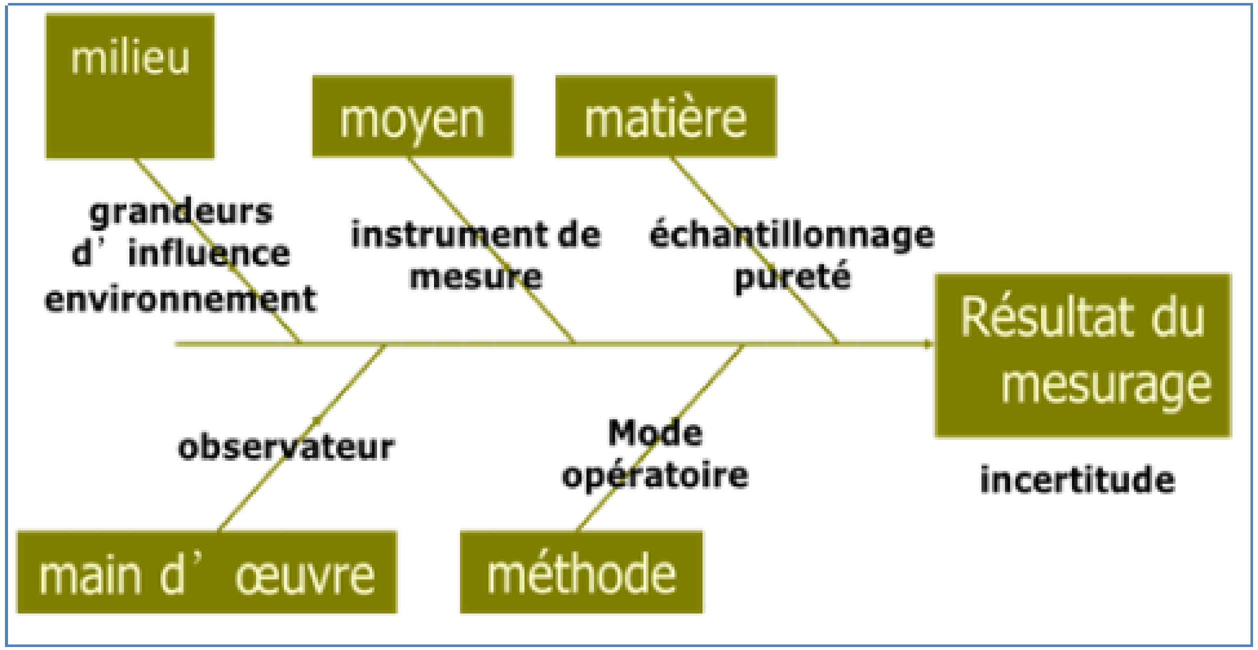
Plusieurs sources d'erreurs sur **une** mesure

Les 5 M…



Plusieurs sources d'erreurs sur **une** mesure

Les 5 M… exemple



« Estimation de l'incertitude d'une mesure – Détermination expérimentale du degré d'acidité d'un vinaigre », Christine Ducamp, Isabelle Hallery et Frédéric Marchal (L'Act. Chim., 2013, 374, p. 36)

Plusieurs sources d'erreurs sur **une** mesure

Chaque source d'erreur est quantifiée par une valeur d'incertitude.

Deux possibilités :

- Une incertitude dépasse largement les autres : on ne conserve qu'elle.

- Plusieurs incertitudes $u_i(x)$ ont des valeurs voisines.

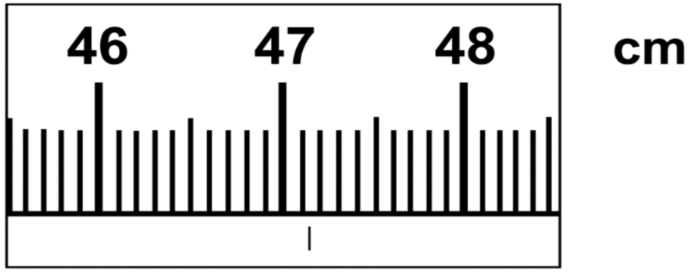
  On somme les différentes contributions :

$$u(x) = \sqrt{\sum_i (u_i(x))^2}$$

Conséquence : mesure double

Si a est la demi-graduation et que le mesurage nécessite une double lecture :

$$u(x) = \sqrt{u_{grad\,1}(x)^2 + u_{grad\,2}(x)^2}$$
$$= \sqrt{2u_{grad}(x)^2}$$
$$= u_{grad}(x)\sqrt{2}$$



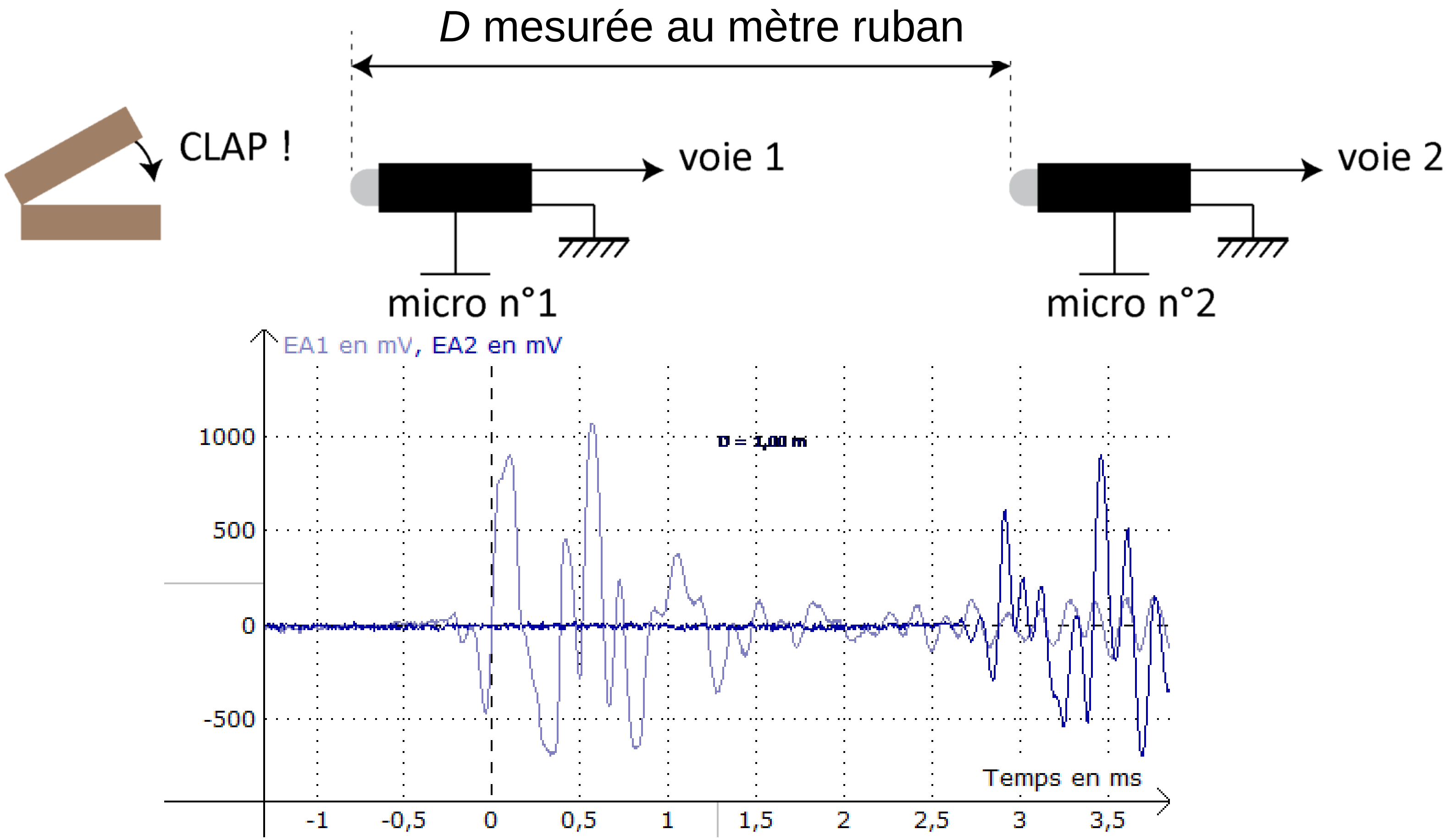
Plusieurs sources d'erreurs sur **une** mesure

Revenons à Usain Bolt…

$$u(\Delta t) = \sqrt{u_{\text{départ}}^2 + u_{\text{arrivée}}^2 + u_{\text{chrono}}^2}$$
$$= \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}1^2 + 0{,}00002^2} = 0{,}509\ \text{s}$$

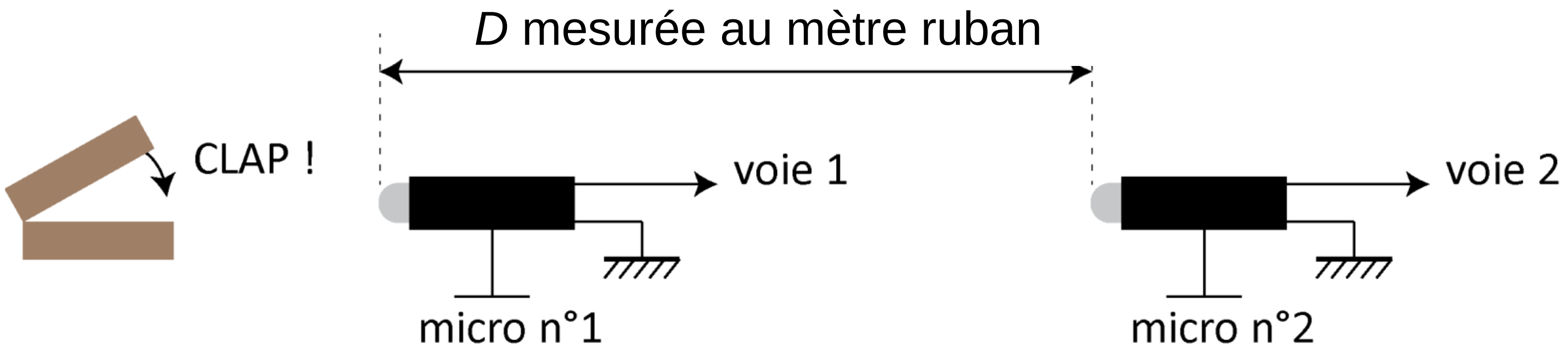
Cas de la mesure **indirecte**

Un exemple classique : la mesure de la vitesse du son



Cas de la mesure **indirecte**

Un exemple classique : la mesure de la vitesse du son



Question : pour améliorer la mesure, faut-il de préférence :

- mesurer *D* avec un télémètre laser ;
- augmenter la distance *D*
- changer la source sonore

Le choix des élèves *a priori*

Cas de la mesure **indirecte**

L'incertitude relative

$$\frac{u(X)}{|X|}$$

- sans unité
- souvent exprimée en pourcentage
- *utile pour comparer entre elles les précisions de mesures de grandeurs différentes*
  ET pour calculer une ***incertitude composée***
- *… mais n'a pas vraiment de signification pour elle-même*

Cas de la mesure **indirecte**

La composition des incertitudes

Dans le cas d'une relation de type « produit et quotients » :

$$X = \frac{ab}{c}$$

L'incertitude **relative** de X vaut :

$$\frac{u(X)}{X} = \sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 + \cdots}$$

Mais au fait… d'où vient cette formule ?

Petit détour théorique :
La propagation des incertitudes

Si $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ avec $X_1, X_2, \ldots, X_n$ indépendantes, alors on admet généralement :

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u(x_i)^2$$

$u(x_i)$: incertitude – type de x_i et $u_c(y)$: incertitude – type composée de y

Petit détour théorique :
La propagation des incertitudes

Cas fréquents :

$y = a + b - c + \cdots$	$u(y) = \sqrt{u(a)^2 + u(b)^2 + u(c)^2 + \cdots}$
$Y = \dfrac{ab}{c}$	$\dfrac{u(y)}{y} = \sqrt{\left(\dfrac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\dfrac{u(b)}{b}\right)^2 + \left(\dfrac{u(c)}{c}\right)^2 + \cdots}$
$Y = Na$	$u(y) = \lvert N\rvert\, u(a)$
$Y = a^N$	$\dfrac{u(y)}{y} = \lvert N\rvert \dfrac{u(a)}{a}$
$Y = ka^N b^M$	$\dfrac{u(y)}{y} = \sqrt{N^2\left(\dfrac{u(a)}{a}\right)^2 + M^2\left(\dfrac{u(b)}{b}\right)^2}$
$Y = Na + Mb$	$u(y) = \sqrt{N^2 u(a)^2 + M^2 u(b)^2}$

Cas fréquents

Si

$$q = k\,x^a y^b$$

alors :

$$\frac{u(q)}{|q|} = \sqrt{a^2\left(\frac{u(x)}{x}\right)^2 + b^2\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2}$$

Si

$$q = Ax + By$$

alors :

$$u(q) = \sqrt{A^2(u(x))^2 + B^2(u(y))^2}$$

Premier exemple : $q = -3xy^2 / z$

On prend le logarithme népérien de la valeur absolue des deux membres :

$$\ln|q| = \ln|-3| + \ln|x| + 2\ln|y| - \ln|z|$$

puis on calcule la différentielle :

$$dq/q = (1/x)\,dx + (2/y)\,dy + (-1/z)\,dz$$

On en déduit : $$\delta_q/|q| = \sqrt{[1/x]^2(\delta_x)^2 + [2/y]^2(\delta_y)^2 + [-1/z]^2(\delta_z)^2}$$

Composer les incertitudes et comparer à une valeur de référence

Quelques exemples

$$f = \frac{1}{T} \qquad u(f) = \frac{u(T)}{T^2}$$

$$d = 20\lambda \qquad u(\lambda) = \frac{u(d)}{20}$$

$$c = \lambda f \qquad \frac{u(c)}{c} = \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(f)}{f}\right)^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} \qquad \frac{u(M)}{M} = \sqrt{9\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + 4\left(\frac{u(T)}{T}\right)^2}$$

Cas de la mesure **indirecte**

Revenons au clap sonore :

$$v = \frac{D}{\Delta t} \qquad \frac{u(v)}{v} = \sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2} \approx \boldsymbol{\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}}$$

Terme majoritaire : c'est sur lui qu'il faut agir !

$$u(D) = \sqrt{u_{\text{instrument}}^2 + u_{\text{repérage}}^2} \approx u_{\text{repérage}} \approx 0{,}5\ \text{cm}$$

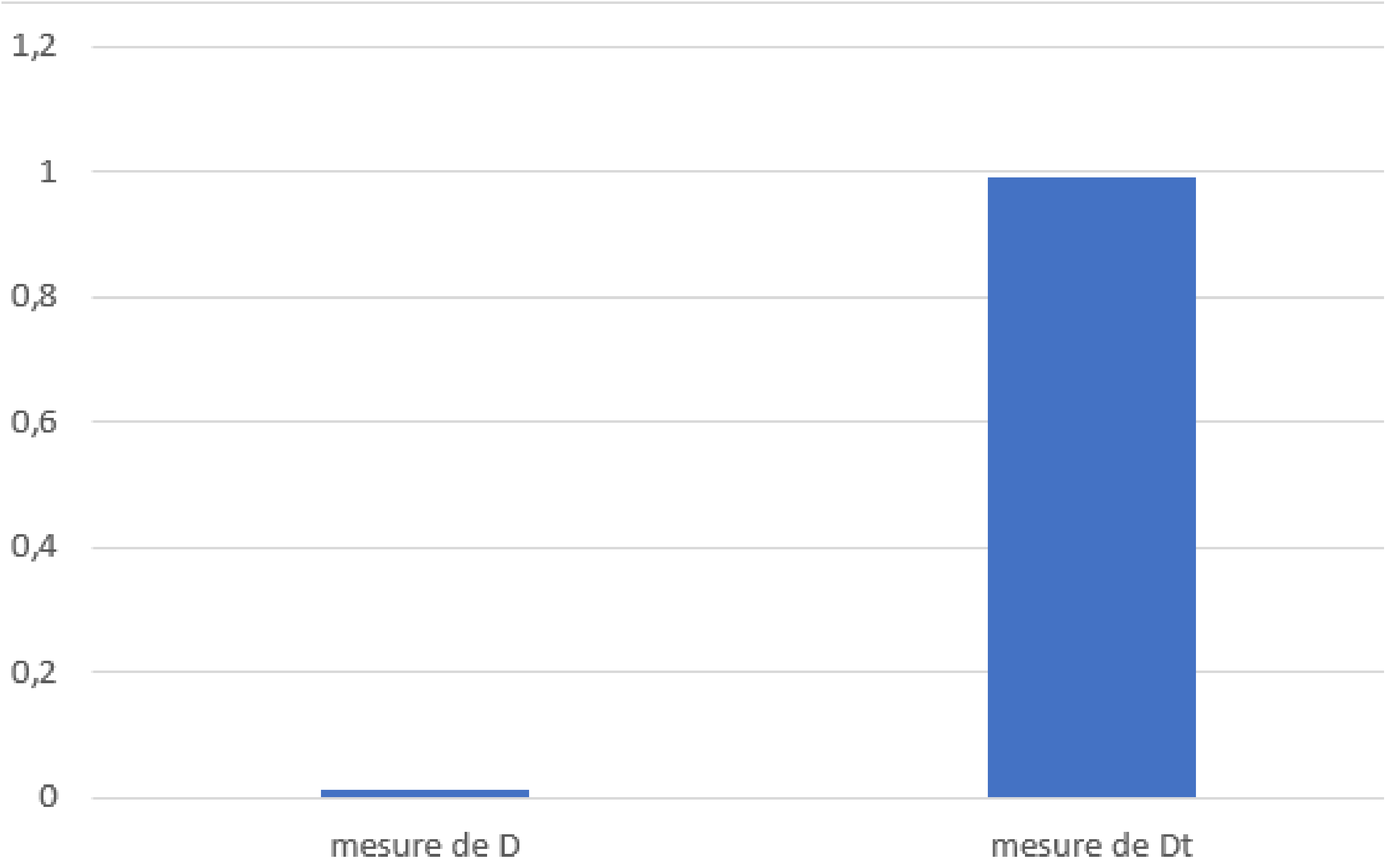
$$\frac{u(D)}{D} = 0{,}005 = \mathbf{0{,}5\%}$$

$$u(\Delta t) = \sqrt{u_{\text{instrument}}^2 + u_{\text{lecture graphique}}^2} \approx u_{\text{lecture graphique}} \approx 100\ \mu s$$

$$\frac{u(\Delta t)}{\Delta t} = \frac{0{,}1}{2{,}82} = \mathbf{3{,}5\ \%}$$

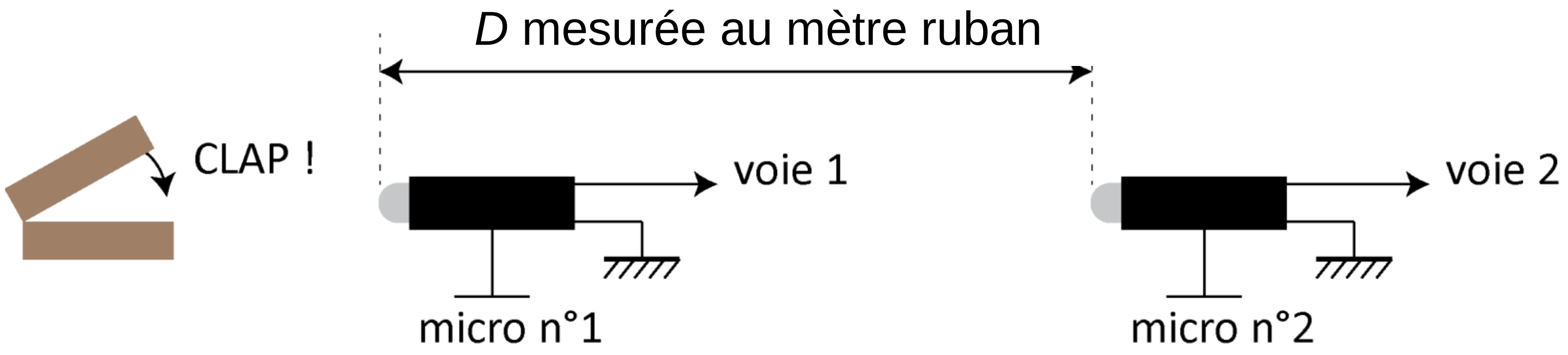
Cas de la mesure **indirecte**

Revenons au clap sonore :



Cas de la mesure **indirecte**

Un exemple classique : la mesure de la vitesse du son



Question : pour améliorer la mesure, faut-il de préférence :

- mesurer *D* avec un télémètre laser ;
- augmenter la distance *D*
- changer la source sonore

presque **inutile** !

Cas de la mesure **indirecte**

Détermination de g

$$g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}$$

ℓ compris entre ….. et …..

T compris entre ….. et …..

1ère méthode

$$\frac{u(g)}{g} =$$

2e méthode

On peut faire calculer un très grand nombre de valeur de g en choisissant aléatoirement des valeurs possibles pour ℓ et T

python™

```
import numpy as np
lvar=np.random.uniform(0.190,0.199,1000)
Tvar=np.random.uniform(0.88,0.90,1000)
gvar=4*3.1416**2*lvar/Tvar**2
gmoy=np.mean(gvar)
dg=np.std(gvar)
print('u(g)=',dg)
```

BO LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Capacité numérique : Simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.

Composer les incertitudes et comparer à une valeur de référence

Avec les élèves…

- On donne toutes les relations utiles.
- On automatise les calculs quand c’est possible (tableur, GUM_MC, programmation…).

L’intérêt est :

- d’avoir un regard critique sur les instruments choisis ;
- de comprendre pourquoi le maniement de certains instruments est à ce point contraint (exemple : la pipette jaugée)
- d’avoir un regard critique sur un protocole ;
- d’être en capacité de proposer des améliorations.

Retour sur la mesure du 200m

On perçoit que le repérage à l’œil est une source d’erreur…

Mais on sait aussi qu’elle peut être minimisée…

→ anticiper
→ limiter la parallaxe
→ s’entrainer
→ mettre ses lunettes
→ utiliser des instruments plus précis ?…

Et malgré tout ça, je suis « à combien » de la valeur retenue pour le record ?

Rappel (en préambule…)

Quelques raisons de bannir l'écart relatif

- On ne sait pas quoi choisir comme « valeur de référence ».
  - Le choix systématique de la valeur attendue comme « référence » est une erreur (cf tout ce qui relève du contrôle qualité : c'est la mesure qui valide ou non un cahier des charges, pas l'inverse).
  - Le choix d'une valeur calculée assoit chez nos élèves l'idée fausse selon laquelle ce qui provient « d'une formule », souvent appelé à tort « valeur théorique » est forcément plus crédible que ce qui vient de la mesure.
- Et surtout : on obtient une valeur dont on ne sait absolument pas quoi faire !
  - Exemple : un écart relatif de 9%, est-ce bon au mauvais ? Et si l'on considère que c'est mauvais… qu'est-ce qui est mauvais : la mesure ou la valeur « de référence » ?

Comparer à une valeur de référence

Qu’est-ce qu’une valeur de référence ?

- Une valeur mesurée par un autre expérimentateur, dans d’autres conditions mais à laquelle on accorde plus de confiance que notre propre mesure

- Une valeur dérivée d’un modèle… qui donne lieu à des mesures d’une autre grandeur : la « valeur théorique »

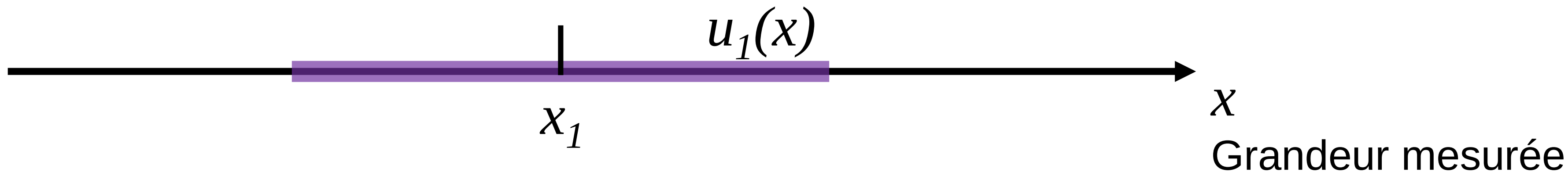
- Une valeur trouvée dans un Handbook

- une constante universelle fixée par une institution (rare)…

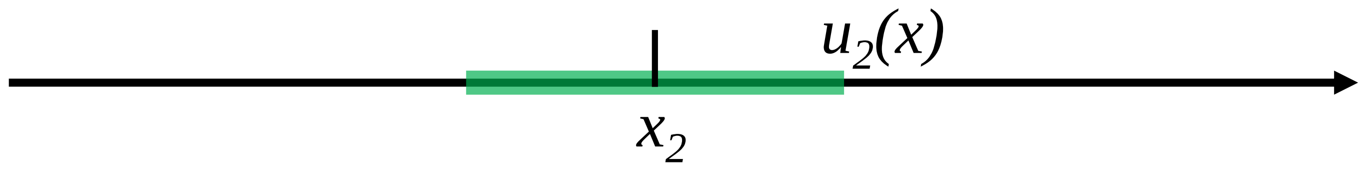
Dans tous les cas, la valeur de référence repose sur des mesures !

Comparer à une valeur de référence

Un nouveau critère de comparaison…
Pour comparer il faut faire des tests statistiques…



Hypothèse : même « valeur vraie »



La variable aléatoire $Z = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{{u_1}^2 + {u_2}^2}}$ doit suivre une loi normale centrée sur 0.

Si Z est très grand, on décide de rejeter l'évènement (car très rare).

Dans le cas où on peut identifier une valeur de référence, $u_2(x) << u_1(x)$, donc $Z = \frac{|x_1 - x_2|}{u_1}$:

C'est l'écart par rapport à l'incertitude
(ou *rapporté* à l'incertitude, et plus à la référence)

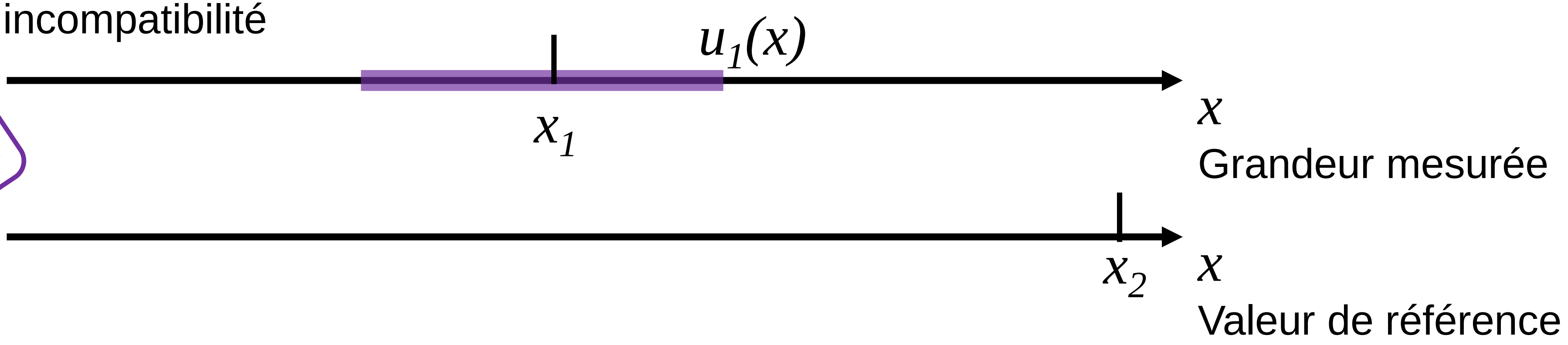
Comparer à une valeur de référence

Un nouveau critère de comparaison…

$$Z = \frac{|x_1 - x_2|}{u_1}$$ écart par rapport à l'incertitude (ou *rapporté* à l'incertitude)

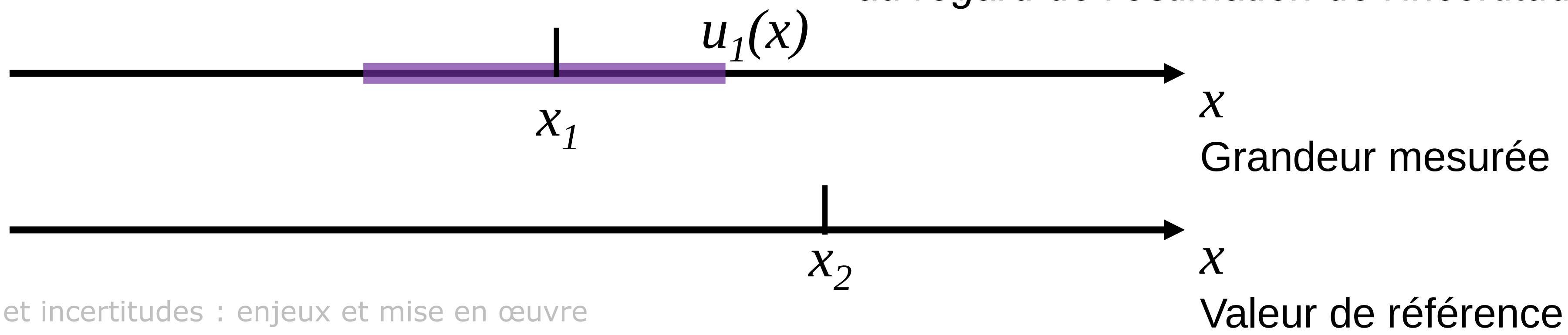
On peut *par exemple* convenir que :

- Si Z > 2, il y a incompatibilité



Le critère adopté est lié à l'intervalle de confiance…

- Si Z < 2, on peut considérer que les deux valeurs sont compatibles, *au regard de l'estimation de l'incertitude*



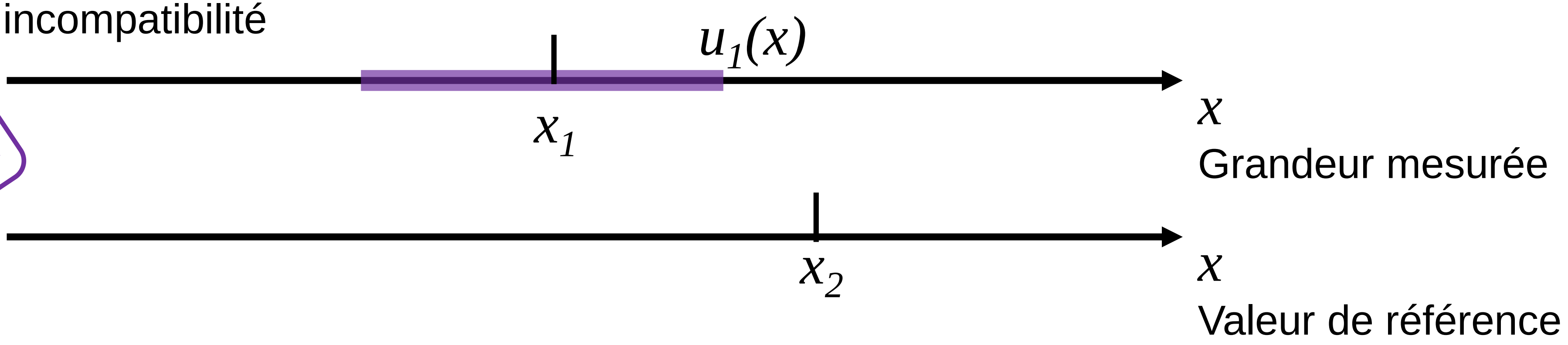
Comparer à une valeur de référence

Un nouveau critère de comparaison…

$$Z = \frac{|x_1 - x_2|}{u_1}$$ écart par rapport à l'incertitude (ou *rapporté* à l'incertitude)

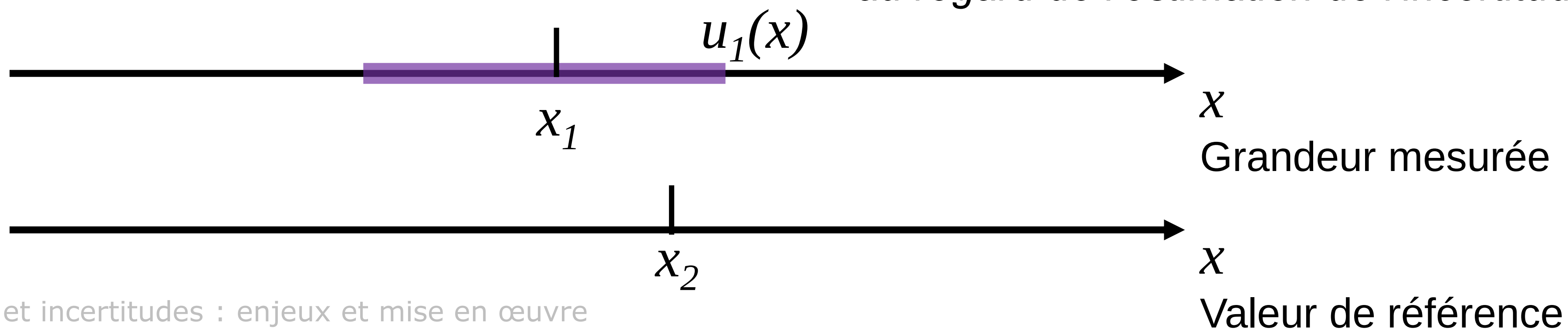
On peut *par exemple* convenir que :

- Si Z > 1, il y a incompatibilité



Le critère adopté est lié à l'intervalle de confiance…

- Si Z < 1, on peut considérer que les deux valeurs sont compatibles, *au regard de l'estimation de l'incertitude*



Retour sur la mesure du 200m

Et malgré tout ça, je suis « à combien » de la valeur retenue pour le record ?

Comparer votre mesure à la valeur de référence

Retour sur le préambule…

Partons d'un exemple : mesure d'une concentration en diiode

Tous calculs faits, un élève trouve : $p_{exp} = 10{,}6\ \%$

et alors ??

Comparer la mesure à la valeur de référence…

Bibliographie

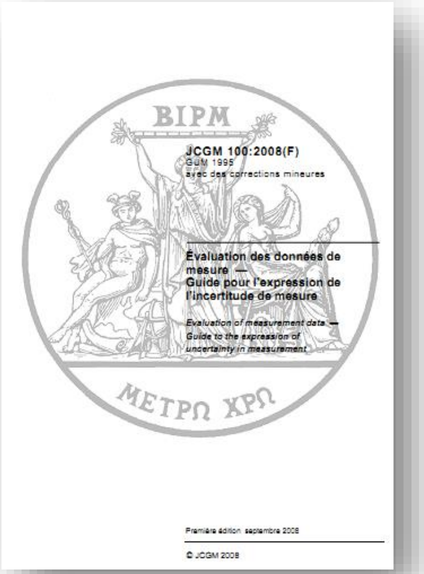
Documents officiels éducation nationale :

Mesure et incertitudes (juin 2012)

Nombres, mesures et incertitudes (août 2012)

Une production récente du GRIESP (nov. 2019)

GUM : guide to the expression of uncertainty in measurement : texte de référence mondial, en français



Articles BUP

Voir zip en ligne, our rechercher « Incertitudes » dans BupDoc